IREM DE REIMS

Moulin de la Housse

51100 REIMS

Tél : 26.05.32.08

LA LOGIQUE DES ERREURS

André THIEBAULT

2ème EDITION 1987 - 1988

IREM DE REIMS

Moulin de la Housse
51100 REIMS

Tél : 26.05.32.08

LA LOGIQUE DES ERREURS

André THIEBAULT

2ème EDITION 1987 - 1988

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION

La logique des erreurs, c'est la logique de la vie. L'enfant titube avant de marcher, bafouille avant de parler. C'est dans la mesure où nous l'acceptons que peut se faire l'apprentissage de la marche et de la parole.

Il est possible que ce qui va suivre sera perçu par les esprits avertis, comme un bafouillage de la pensée ! Il ne s'agit pas d'ajouter une contribution aux recherches menées ici ou là : le stage intitulé "Logique des erreurs" qui s'est déroulé sur 3 journées de l'année scolaire 84-85 à Reims, a regroupé des professeurs de math, enseignant en collège pour la plupart et en lycée. L'organisation du stage s'est faite non pas sur la base des compétences de spécialistes mais plutôt à partir d'une curiosité. Cette mise en garde n'a peut-être pas été perçue par tous. Il est évident que ceux qui attendaient plus ou moins consciemment la bonne parole, sont restés en partie sur leur faim. Une des ambitions du stage et du rapport qui le prolonge, est en effet d'interroger et non de répondre.

Les premières questions qui viennent à l'esprit sont à reprendre dans l'article d'Alain BOUVIER paru dans le bulletin 335 -2- de l'APMEP :

1. *Sur quoi* nous renseignent les erreurs de nos élèves ?
2. Comment en tenir compte dans notre enseignement ?
3. Quels sont les *modèles* de nos élèves ?
4. De quoi les *théorèmes-élèves* sont-ils révélateurs ?
5. Pourquoi nos élèves sont-ils des *automaths ?*
6. De la maternelle à l'université, ne trouve-t-on que des automaths qui forment des automaths ?
7. Quand et comment permettons-nous à nos élèves de *faire des mathématiques ?*

La programmation de l'automath nous renvoie à son corollaire qui est l'échec en maths. Stella Baruk dans son livre Echec et Math offre un outil intéressant pour conduire à la découverte d'un autre élève à travers la remise en cause de nos schémas de pensée.

Citons également parmi les productions de l'IREM : le mémoire de N. Milhaud "Comportement des maîtres face aux erreurs en math" - le fascicule de D. Duverney "Sur l'analyse des erreurs des élèves en math"

Les ouvrages cités ne sont pas apparus en tant que tels dans le court espace des 3 journées de stage. Ils ont néanmoins servi de guide dans le choix des activités proposées.

Le présent rapport comporte dans sa 1° partie un bref exposé du contenu des titres cités, accompagné de quelques commentaires. Suivra un rappel des activités des 3 journées en commençant pas le dépouillement des questionnaires distribués au début. Il s'agit de préciser quelques points du paysage scolaire tel qu'il est ressenti par les uns et les autres.

Situer l'erreur dans son contexte est le préalable indispensable à une vision nouvelle de nos élèves et de leurs erreurs.

Nous trouverons ensuite un rappel des activités de la 2ème journée avec les représentations de l'erreur, apparues autour du "tableau silencieux".

Enfin, nous examinerons les erreurs à travers deux démarches complémentaires :

- *la constitution d'un fichier accompagné de quelques théorèmes-élèves*
- *le dépouillement des tests que nous avons proposés à nos élèves.*

CHAPITRE I

- I - Echec et Math

Stella Baruk rééduque des enfants mis en situation d'échec en math. Sa formation et sa pratique l'ont mise en contact avec les élèves et les maîtres mais aussi les "psy" et les spécialistes de la pédagogie. Son livre est souvent l'occasion de régler leur compte à ces derniers. Le système scolaire ne trouve pas grâce à ses yeux et l'évaluation des élèves telle qu'elle se pratique aujourd'hui est catégoriquement condamnée. Il est probable qu'un enseignant de terrain n'aurait pas été aussi affirmatif. Sur bien des points, Stella Baruk semble ignorer la moitié des données du problème pour mieux le résoudre.

On attend en vain des lumières sur sa pratique personnelle. L'ambition que nous avons dû faire passer, sur une période très courte, un contenu qui a mis des siècles à s'organiser, comporte de formidables contraintes. Ce choix et cette ambition sont-ils absurdes ?

Selon Stella Baruk, nous vivons dans un univers de mythes dont l'échec en math est le plus visible. Il suffit de mettre l'élève en situation de création et de production : on s'aperçoit que "ça marche tout le temps . . et les raisons de l'échec apparaissent fabriquées de l'extérieur dont le faisceau épais dessine la chimère, l'animal fabuleux, l'échec de l'enfant". Les mythes sont au coeur de nos convictions L'idée que nous nous faisons de l'enfant prend la place de l'enfant. L'échec pour Stella Baruk est davantage lié à la croyance partagée de son existence qu'à une incapacité fondamentale de l'élève. Nous enseignons comme si ... Comme si l'enfant abordait le savoir à partir du point zéro, comme si la difficulté fractionnée en mille morceaux était soudain surmontée.

Dans ce découpage on a vite fait de perdre le sens pour tomber dans le dressage.

Si en math il faut voir, il faut également entendre, dire lire, écrire et faire. Il n'y a pas de domaine où l'activité automathisante ne s'exerce avec zèle. Entendre d'abord. Il y a dans l'oreille des entités insécables coupées de leur sens. Je citerai ici l'exemple personnel d'un élève de 6° pour qui l'expression km/h n'est devenue km - à - l'heure qu'après deux trimestres.

"... $2\sqrt{7}$ et $3\sqrt{7}$ font 5 ou $6\sqrt{14}$. Je ne m'étonne plus, mais je ne peux m'habituer à cette surdité sélective qui fait que 2 et 3 qui font 5 ne sont plus ni 2 ni 3 mais des bruits dépourvus de signification".

Pour zéro, les choses sont bien plus graves. A propos du domaine de définition d'une fonction, entre autre, on retrouve toutes les erreurs classiques que le zéro porte en germe.

Le zéro réapparaît aussi dans le chapître consacré à l'écriture des nombres quand par exemple 2,1 x 100 = 2,100 ... L'écriture et la lecture sont traitées dans leur contexte mathématique, mais les problèmes qui y sont liés dépassent largement ce cadre.

"Lire c'est identifier les caractères d'une écriture, connaître les sens auxquels ils correspondent et pouvoir les énoncer par la parole - prendre connaissance du sens d'un texte en le lisant. Quand on peut penser qu'un enfant lit en mathématique".

Que signifient 2 et 7 dans 27. Que signifie : R symétrique $\Longleftrightarrow \forall (x,y) \in E^2 \quad x R y \Longrightarrow y R x$ même si les signes sont remplacés par une phrase en Français !

La mémoire de la chose lue peut provoquer de lourds contresens dans $a < x < b$, ⓐ a pu être confondu avec ⓐ mis à la place de 10 dans les numérations à bases supérieures à 10 ! Plus généralement nous sommes prisonniers des traditions graphiques. A est un point ou un polynôme ... Après avoir été l'un il est probable qu'il aura du mal à être l'autre. L'utilisation de la lettre et sa signification pour l'élève font l'objet d'un long développement. C'est probablement un des points les plus solides du livre et ici le renvoi au texte s'impose.

"Tous les gestes sont vrais mais l'objet est obstinément absent". Citons le mythe de la découverte. Comment faire "découvrir" que 2 + 3 = 5. La question est très vite dépouillée de son contenu par une réponse qui ne s'embarrasse pas de toutes ces précautions en forme de patates, où pommes et fraises se côtoient sans complexes. Il est hasardeux de croire que le "5" qui est le 5° élément de la liste des nombres va laisser la place à un cardinal d'ensembles équipotents !

Les méthodes actives illustrent le mythe du "faire". Le maître veut mettre en place l'addition avec des baguettes mises bout à bout et l'enfant ne voit plus que les baguettes. Là encore le sens s'est perdu en route. On recourt très vite aux "trucs" y compris ceux qui s'adressent à la mémoire en renonçant d'emblée à tout autre lien de signification avec l'objet mémorisé.

Stella Baruk dénonce le dogmatisme de l'enseignement qui d'ancien est devenu moderne. Les concepts nouveaux sont définis, mais sont-ils pour autant acceptés "un concept n'a jamais tant de sens que quand il change de sens, et ceci dans toutes les directions que peut proposer le changement en mathématiques".

Le dogmatisme place l'enseigné en complète dépendance de l'enseignant. Stella Baruk montre ensuite les mythes en action à travers des exemples tirés de copies d'élèves. Il s'agit tout d'abord du mythe du "voir". Il faut voir, mais à vrai dire on ne sait pas trop quoi. Les exemples de textes de problèmes faisant appel à la constatation sur figure sont légion. La vue est alors un outil de choix pour effacer toute signification à la construction mathématique.

Quand les définitions ne sont pas sues par les élèves, il y a d'abord lieu de s'inquiéter du sens (là encore) que revêt pour eux le mot définition. La vision intuitive qui permet de reconnaître une figure, occulte bien souvent cette définition, et son apprentissage "par coeur" crée alors plus de problèmes qu'il n'en résoud. Il est sans doute plus important d'emporter l'adhésion de l'élève, que de lui faire produire des démonstrations totalement formelles, conformes à un modèle, mais ne répondant pas toujours à une démarche logique.

Le dernier chapître est construit sur le thème du "Faire" avec comme principale illustration les classifications associées à la relation d'équivalence.

"Et là, ne pouvant indéfiniment préjuger de vos réactions, et pour rester sur notre lancée chosifiante, je vous propose un test : à travers ces réponses simples dont les premières vous vaudraient zéro et les secondes dix (sur dix), évaluez vous-mêmes vos dons mathématiques, autrement dit, apprenez à vous connaître, selon la façon dont vous auriez répondu au Pédagogue qui cherche, à travers ce que vous avez fait, à vous faire découvrir les propriétés de la relation d'équivalence.

Supposons donc que vous ayez mis à "factures" la note du gaz, du téléphone et du percepteur ; à "feuilles de maladie" l'intoxication ; à "prospectus" les prospectus ; et à "papiers personnels", la lettre de l'être aimé, les autres, jugés sans intérêt étant passés au panier.

Dialogue numéro 1.

Le Pédagogue considère votre classement d'un œil satisfait.

Le Pédagogue (bienveillant) : Avec quoi avez-vous mis le prospectus du confiseur ?

Vous : Avec les autres.

Le P. (toujours bienveillant) : Avec *quels* autres ?

Vous : Avec les autres prospectus.

Le P. (patient et encore bienveillant) : Et la note du gaz ?

Vous : Avec les factures.

Le P. (exquisement patient) : Avec *quelles* factures ?

Vous (un peu agacé) : Avec les *autres* factures ... Le téléphone, par exemple.

Le P. (sautant sur l'occasion et cherchant visiblement à vous aider) : Et la note du téléphone ?

Vous (stupéfait) : Mais ... je viens de vous le dire ...

Le P. (très digne) : Vous m'avez dit que la note du gaz était avec la note du téléphone, vous ne m'avez pas dit avec quoi était la note du téléphone ...

Vous (abasourdi) : Quoi ? Mais c'est la même chose !

Le P. (de plus en plus digne) : Pas du tout.

Vous : Comment, ce n'est pas la même chose ! Je voudrais bien savoir ...

Le P. (il vous coupe, vous laissant une dernière chance) : Et la feuille de maladie ?

Vous (au bord des nerfs) : Toute seule ! Elle est toute seule. Vous n'avez pas encore compris comment j'ai classé ces papiers !

Sortie du Pédagogue qui, ayant fait tout ce qu'il a pu, pense sincèrement que vous n'êtes pas doué.

Dialogue numéro 2.

Le P. (bienveillant) : Avec quoi avez-vous mis le prospectus du confiseur ?

Vous : Avec lui-même.

Le P. (ravi) : Et la note du gaz ?

Vous : Avec elle-même.

Le P. (charmé) : Et la feuille de maladie ?

Vous : Avec elle-même.

... etc. Une fois épuisée l'énumération de tous les éléments de l'ensemble des papiers dont vous répondez sagement, pour chacun, qu'il est classé avec lui-même, puisqu'il est "pareil que lui-même", ce qui *prouve*, à l'évidence, que vous avez *compris* la première propriété de la relation, le Pédagogue continue cet interrogatoire, puisqu'il est, pour vous, si riche d'enseignements.

Le P. : Avec quoi avez-vous mis la note du gaz ?

Vous : Avec la note du téléphone.

Le P. : Et la note du téléphone ?

Vous : Avec la note du gaz.

Le P. : Et la note du gaz ?

Vous : Avec la feuille d'impôts.

Le P. : Et la feuille d'impôts ?

Vous : Avec la note du téléphone.

Le P. (en pleine progression, et parce que vous avez manifestement compris la deuxième propriété) : Mais, alors, *si* la note du gaz est avec la note du téléphone, *et* la note du téléphone avec la feuillė d'impôts, Alors ?

Vous : Alors, la note du gaz est avec la feuille d'impôts.

Le P. : Et ..., ?

Vous : Et la feuille d'impôts est avec la note du gaz.

Le P. : Bravo ! *(Il sort, vous laissant épuisé, mais sans avoir épuisé les trois concepts qui sont en relation avec le concept de relation, qu'il réserve, avant de les nommer, pour un autre stock d'expériences.)*

"Notre tête est ronde pour permettre à la pensée de changer de direction." F. Picabia.

Voilà. Je ne sais pas à combien s'est montée votre évaluation, mais "sincèrement", je ne vous souhaite pas d'avoir eu *dix* comme çà".

- II - Le comportement des maîtres face aux erreurs des élèves

Le mémoire de N. Milhaud trouve son point de départ dans l'étonnante constatation déjà faite par Stella Baruk qu'il existe un décalage entre le comportement logique des enfants à l'école et hors de l'école. Ce décalage s'accompagne inévitablement d'un glissement progressif vers l'échec en math. L'hypothèse de base consiste à dire que les jugements des maîtres sur les erreurs dépendent des concepts qu'ils ont (peut être inconsciemment) dû savoir et de sa transmission. Les objectifs poursuivis par le maître, le type d'exercices proposés, le niveau de la classe, les caractéristiques des erreurs définissent un champ d'expérience trop vaste pour être appréhendé avec précision. Relevons toutefois que la correction des erreurs se trouve influencée par :

- des objectifs pédagogiques
- le chapître sur lequel porte l'exercice
- le niveau de la classe
- l'ancienneté de l'apprentissage

et pour ce qui concerne l'erreur proprement dite :

- sa fréquence
  * dans la copie
  * dans la classe
  * dans les classes de même type
- son importance . . .

Le maître intervient aussi suivant :

- les modèles pédagogiques dans lesquels il se reconnaît
- son ancienneté dans le métier, dans le niveau de la classe
- sa compétence en math.

Dans l'expérience décrite, les maîtres sont confrontés à des copies d'élèves. Il est demandé à ces maîtres de qualifier l'erreur, d'émettre un diagnostic et enfin de proposer un traitement.

L'expérimentatrice s'étonne tout d'abord de l'absence de questions des correcteurs quant aux circonstances de la production des élèves, du manque de curiosité pour les ratures et autres marques d'hésitation, témoignages d'un "raisonnement". Les causes évoquées pour les erreurs s'expriment très souvent en termes de lacunes, comme si l'enfant abordait totalement vierge les notions dites nouvelles et préalablement découpées en sous notions composantes : "les réactions des maîtres semblent indiquer que les méthodes d'apprentissage sur lesquelles ils s'appuient sont de type béhavioriste, ce qui devrait induire bien sûr certains types de décisions didactiques basées sur le conditionnement et la répétition".

C'est peut-être ce qui explique la disproportion entre la variété des interprétations faites des erreurs et le petit nombre de décisions didactiques qu'on déclare appliquer.

La liste des types d'erreurs et des types de diagnostics permet à l'auteur de dégager, à partir des mots utilisés les remarques suivantes :

- certains termes conduisent à l'enfant et à ses défauts - (étourderie, inaptitude ...) d'autres à l'erreur proprement dite (gravité ...)
- l'examen des diagnostics permet d'apposer des catégories de maîtres "selon la tendance à minimiser ou non, la gravité des causes selon le degré de responsabilité qu'ils acceptent d'endosser par rapport à l'erreur et à ses causes"

L'erreur va nécessiter :

- un traitement individualisé ou collectif

qui dépend	du maître et des élèves	ou	du maître seul
qui peut être	lent	ou	rapide
	complexe	ou	simple
	coûteux	ou	bon marché

qui peut avoir un effet à long terme ou à court terme.

L'analyse des décisions prises pour traiter l'erreur commence par une liste suffisamment courte pour être citée :

1°) Approcher la notion de manière différente
2°) Refaire des manipulations
3°) Se mettre en colère

4°) Bachoter
5°) Laisser le temps
6°) Revoir
7°) Mettre en commun des résultats, comparer
8°) Refaire à partir de situations proches de la réalité de l'élève
9°) Remettre en cause sa pédagogie

L'auteur propose une lecture de ces décisions faisant ressortir leur caractère affectif et pragmatique.

On distingue ensuite les décisions de type interventif, de type reproductif et enfin de type créatif.

Les modifications proposées sont à situer sur plusieurs axes :

- l'axe	abstrait	-	concret
	familier	-	étranger
	désintérêt	-	motivation
	réflexif	-	mécanique et inversement

Le dépouillement d'un questionnaire particulier permet à l'auteur de glisser quelques remarques judicieuses.

La confusion entre multiplication et addition justifie la proposition d'une approche nouvelle. On fait ressortir l'insuffisance de la juxtaposition des exercices de types différents. On propose aux élèves d'additionner un trimestre durant, de multiplier le trimestre suivant et on s'étonne qu'à la fin ils mélangent tout.

Le simple fait que la leçon du jour porte sur l'addition (ou l'intégrale) est une indication pour l'élève du type réponse attendue.

A propos de - Refaire des manipulations - on semble s'appuyer sur une théorie de la connaissance selon laquelle l'abstrait procède du concret par décantation des caractères secondaires et on néglige du même coup le rôle important de la formulation. La théorie sensualiste qui est sous-jacente prétend que l'apprentissage s'organise en 3 phases :

Manipulation - Représentation - Formulation

L'erreur dite grossière et qui provoque la colère du Professeur fait apparaître pour la première fois "la sensibilité du maître aux contraintes institutionnelles, ce qu'elles sont réellement ou l'idée qu'il s'en fait et à l'opinion publique. Cette sensibilité entraîne souvent chez le maître une angoisse profonde par rapport au temps dont il dispose et par rapport à ce qu'on (l'institution - les parents - les collègues) attend des enfants sortant de sa classe, ce qui l'amène souvent à baser son apprentissage sur le conditionnement qui permet l'acquisition de certains savoir-faire qui le rassurent".

La formidable pression exercée par l'institution sur l'enseignant ne serait donc pas une vue de l'esprit !

L'erreur grossière, c'est aussi l'erreur impardonnable et nous touchons là aux frontières de la morale. Il y a pardon parce qu'il y a faute.

Avant d'évoquer la conclusion de N. Milhaud, je voudrais ouvrir ici une parenthèse à propos des premiers contacts des élèves avec l'évaluation.

Si à la maternelle et au CP, on épargne bien souvent aux enfants la note ou le classement, ce sont les mots de "bien" ou de "mal" qui fleurissent dans la marge. Ces mots ne sont pas neutres et combien même, les maîtres se montreraient compréhensifs, il n'y a pas toujours derrière ces mots le respect qui conviendrait.

Dans sa conclusion N. Milhaud reprend deux comparaisons classiques en matière d'erreurs. La première met en scène le technicien et l'ingénieur qui, devant la panne d'une machine doivent décider d'une intervention plus ou moins longue et plus ou moins coûteuse. La deuxième plus satisfaisante, reprend le vocabulaire médical. Mais la médecine dont il s'agit est celle du 17ème siècle, celle des médecins de Molière. Les causes du mal restent bien mystérieuses et les remèdes sont toujours les mêmes.

- III - Sur l'analyse des erreurs des élèves en Math

Les tentatives de traitements de l'erreur rapportées par D. Duverney de l'IREM de Lille sont inspirées par le désir d'échapper au cercle vicieux des pseudoremèdes évoqués plus haut.

On distingue d'abord deux types d'erreurs très différents : l'erreur dite normale qui fait partie de l'apprentissage (et qu'il faut peut être promouvoir ?) et l'erreur dite pathologique dont l'origine est lointaine et dont la correction serait de toute manière fort coûteuse. Pour empêcher que les erreurs de premier type finissent pas s'installer, il faut agir rapidement, mais il faut également s'attaquer aux handicaps permanents.

D.D. pense que la recherche des causes conduit à un traitement et que l'efficacité de ce dernier confirme le diagnostic. Sur ce dernier point, je me permets d'émettre un doute, une cause peut en cacher une autre. L'exemple choisi porte sur les suites proportionnelles. Pour trouver le rapport de proportionnalité, on est parfois conduit à diviser un "petit" nombre par un grand. Le traitement proposé consiste, entre autre, à effectuer des séries de multiplications par des nombres tantôt plus petits, tantôt plus grand que 1 . Les élèves ayant subi le traitement commettent, par la suite, beaucoup moins d'erreurs. Leur comportement a été modifié, mais on peut se demander si on ne s'est pas davantage intéressé aux effets qu'aux causes.

Je forme, pour ma part, une hypothèse différente. La multiplication reste, dans l'esprit de bien des élèves, la répétition d'une addition. Il s'agit de la multiplication dans $\mathbb{N}$ à condition d'exclure la multiplication par 0 ou 1. Par l'intermédiaire des calculs d'aires ou de prix ... on est passé insensiblement de la multiplication dans $\mathbb{N}$ à la même opération dans $\mathbb{D}$, sans jamais dire que multiplier par 1,5 c'est, en fait, multiplier par 15 puis diviser par 10. L'opération a changé de sens et pendant un certain temps, les deux acceptions cohabitent.

Il est évident que de nombreuses manipulations de a : b avec $a < b$ permettent aux élèves de surmonter leur appréhension, mais sans vraiment faire appel au sens.

D. Duverney évoque ensuite le traitement informatique de l'erreur. Il décrit ce qu'on pourrait appeler un mini système expert.

Lors de la résolution d'équation du type $ax + b = 0$, les élèves confondent souvent + et x. Un programme propose la résolution d'équations et simule toutes les erreurs répertoriées. Si l'élève fournit une réponse inexacte, mais prévue, on lui pose les questions complémentaires destinées à le remettre sur la voie. On peut, là encore, se demander si on ne s'attaque pas surtout aux effets, en évacuant un peu vite, les problèmes liés au sens des deux opérations. La critique doit pourtant être nuancée, car on s'adresse à des groupes d'élèves. Un traitement sera d'autant plus adapté, d'autant plus fin, qu'il sera proche du traitement individuel. L'informatique offre un compromis intéressant entre la nécessité de s'adresser à un grand nombre d'élèves et celle d'adopter un discours approprié à chacun.

Reste un traitement de l'erreur qui trouve son efficacité dans l'approfondissement et l'enrichissement du dialogue écrit entre maître et élève. Il s'agit de la constitution de fiches d'observation. Chaque fiche comprend la description de l'erreur, le diagnostic et le traitement. L'élève recopie la fiche dont l'original est conservé par le professeur. Ces fiches peuvent remplacer les annotations mises sur la copie. L'élève et le professeur étant en possession de l'ensemble des fiches, chacun peut mesurer le progrès accompli et l'élève trouve une raison supplémentaire de ne pas refaire toujours les mêmes fautes (Pour plus de précision, on peut consulter le fascicule de D. Duverney qui cite L. Duvert, auteur de la méthode).

Remarques complémentaires

Les traitements proposés par D. Duverney s'adressent à des élèves pour qui l'apprentissage a un sens. De même que les médicaments sont accompagnés de recommandations liées à l'âge ou au poids, il conviendrait de délimiter le public auquel un traitement a des chances d'être efficace. Les maîtres ne sont responsables, ni de la composition, ni de l'effectif des classes ; ils ne le sont pas davantage des programmes. Avant donc de proposer tel apprentissage ou tel remède, il est peut être judicieux de se demander qui peut faire quoi pour juger ensuite, quand c'est possible de l'efficacité du travail fait. Reprenons, pour illustrer cette remarque, l'exemple de la proportionnalité. La règle de trois qui a longtemps été utilisée de manière mécanique conduisit les élèves, à écrire des phrases parfois dépourvues de signification (la deuxième notamment). Il est tellement plus simple de dire que la suite de réels a,b est proportionnelle à la suite c,d si et seulement si $ad = bc$ et de proposer l'écriture en tableau ! Un très grand usage est fait de ces fameux tableaux.

Ceux de nos collègues (d'autres disciplines) qui doivent utiliser les connaissances de nos élèves sur la proportionnalité, sont unanimes à reconnaître que, les tableaux à quatre cases surgissent immanquablement. Pour le reste ...

Le hasard conduit à une bonne disposition des nombres sur 3

Reste à ne pas confondre les opérations et à les effectuer correctement.

Transformer une recette de cuisine pour deux en recette pour trois conduit à une compensation. Pour les élèves qui spontanément proposent les opérateurs + et - le problème est en fait de reconnaître une situation de proportionnalité plus que d'appliquer un algorithme de calcul, fût-il très simple. Doit-on poursuivre avec l'élève qui a rompu avec le sens de départ ? Cette question qui en appelle une foule d'autres nous ramène, encore une fois, au sens : celui de notre travail face, en particulier, à l'élève qui produit en série ces erreurs dites pathologiques ...

CHAPITRE II

- I - Le système

A chaque fois que le professeur choisit, pour sa conduite, entre des éléments contradictoires, il le fait dans le cadre d'un système. Ce dernier, dont je propose une vision à la fois schématique, subjective et provisoire, est apparu, lors de la troisième journée de stage, pour définir la toile de fond des questions posées, à chaque stagiaire, au début (questionnaires ouvert et fermé)

Autres professeurs — Administration

programmes

Professeur { cours / contrôle / $\boxed{\text{erreur}}$ / note

élève

copiage - émulation

autres élèves

livre — parents

Chacun peut, à sa guise, relier les différents éléments et acteurs du schéma.

Quelques indications :

Les programmes sont situés entre le professeur et ses collègues. Les points du programme réinvestis les années suivantes sont traités en priorité afin de ne pas gêner les collègues qui suivent.

Le professeur est en relation avec l'administration par l'intermédiaire des liens qu'il établit avec ses élèves et leurs parents. Ces liens, souvent invisibles, apparaissent avec force lorsqu'on se risque à ne plus respecter les règles du jeu. Il suffirait, pour s'en convaincre, de noter entre 9 et 11 (cas n° 1) ou entre 14 et 18 (cas n° 2). L'administration perdrait alors un de ses points d'appui pour ventiler les élèves en fin d'année (?) En notant de 0 à 5 (cas n° 3), on se priverait, en outre, de la bienveillance des parents. Il reste le cas n° 4 évoqué par Stella Baruk qui consisterait à ne plus noter du tout ...

La note fait du professeur son propre juge. Peut-on se prévaloir d'avoir conduit un élève d'une moyenne élevée à une moyenne basse ? Un point qui n'apparaît pas sur le schéma : le professeur qui est un ancien (bon) élève est reproducteur du système, d'autant que chacun de ses éléments le pousse à sa conservation (même si dans le même temps, le public, le contenu des livres ou les prérogatives des parents évoluent). Si l'ambition du professeur est sans conteste d'enseigner les maths, dans le même temps, il répond plus ou moins consciemment à d'autres attentes. Ceci conditionne assurément le type d'apprentissage, le choix des sujets, le type de réponses et par voie de conséquence, le type d'erreurs rencontrées. Le test proposé à nos élèves, dans le cadre du stage, avait, entre autre ambition, d'évaluer les acquis, en rompant, le plus possible avec les habitudes liées au système.

- II - Questionnaire fermé

Chaque phrase du questionnaire fermé est affectée d'une note comprise entre 0 et 3 selon le degré d'approbation. Les 5 nombres qui suivent l'énoncé de la phrase sont : le nombre de 0, de 1, de 2, de 3 et enfin la moyenne.

(1) Un enseignement efficace conduit à un minimum d'erreurs

2 3 3 8 2,1

(2) Les erreurs sont inévitables et font partie intégrante de l'enseignement

/ 2 3 12 2,6

(3) Il m'arrive de susciter des erreurs pour provoquer une interrogation chez les élèves

2 4 6 5 2,2

(4) Dans un devoir, je ne mets jamais de piège

5 6 5 1 1,1

(5) Les exercices proposés en devoir doivent être faits par tout élève ayant assimilé les règles du calcul

4 1 8 4 1,7

(6) Quand les erreurs sont trop nombreuses, je propose d'autres exercices de même type pour fixer les mécanismes

/ 4 2 11 2,5

(7) Je préfère donner des exercices simples mais ne faisant pas appel aux mécanismes

3 5 5 3 1,5

(8) Si je veux que mes élèves progressent, je dois leur faire faire des choses plus compliquées, quitte à devoir leur fournir toutes les clés du problème

5 3 3 4 1,6

(9) Je crois que le cours et les démonstrations permettent aux élèves de faire leurs exercices

6 5 4 2 1,1

(10) Je crois que le copiage fausse bien des résultats mais je me sens impuissant pour le combattre

10 3 3 / 0,5

(11) Je fais appel au concret pour illustrer mes propos

/ 4 4 9 2,3

(12) Une situation présentée comme concrète n'est pas toujours ressentie comme telle par les élèves

1 / 4 12 2,6

(13) La partie formelle des maths est fondamentale pour moi, y compris dans mon enseignement

1 4 8 3 1,8

(14) Un savoir-faire est déjà un savoir

/ / 4 13 2,8

(15) Des connaissances qu'on est incapable d'utiliser ne constituent pas un savoir

3 / 3 11 2,3

(16) Je ne me suis jamais fâché à cause d'erreurs faites par un élève

7 5 3 2 1

(17) Je n'admets pas qu'un élève remette une copie blanche

6 3 4 4 1,4

(18) J'encourage les élèves à ne pas répondre plutôt que de mettre n'importe quoi

2 3 7 5 1,9

(19) Un devoir où les notes sont faibles me donne l'impression d'avoir été inefficace

/ / 4 13 2,8

(20) Un devoir réussi est un devoir où peu d'erreurs ont été commises

1 2 5 7 2,2

(21) J'admets (j'admettrais) fort bien que mes propres enfants soient nuls en math

7 3 4 / 0,8

(22) Les maths jouent un rôle sélectif mais ça ne me gêne pas

4 1 5 5 1,6

(23) Les élèves ne travaillent qu'en vue des notes qu'ils admettent

2 2 6 6 2

(24) Je note forcé et contraint par l'institution scolaire

4 5 6 1 1,3

(25) Un devoir bien dosé donne un éventail de notes étendu

3 4 6 3 1,6

(26) Je conçois mes sujets de devoir surtout en fonction du niveau de la classe

1 2 4 9 2,3

(27) Je suis capable d'apprécier le niveau d'une classe

1 3 10 2 1,8

(28) Les livres scolaires donnent une juste idée du niveau moyen des élèves de la classe considérée

11 5 / / 0,3

(29) On ne peut pas être efficace dans une classe hétérogène

1 4 9 2 1,8

Quelques commentaires :

Faute d'avoir été affinée par une préenquête, la formulation n'est pas toujours très judicieuse.

Un même thème est souvent abordé sous des angles différents. Ainsi, on admet que l'erreur fait partie de l'apprentissage, même si on juge que l'efficacité suppose l'apparition d'un minimum d'erreurs.

L'erreur provoquée (éventuellement le piège) suscite des réponses variées et des commentaires en marge. On admet implicitement que les élèves sont totalement dépendants de ce qui a été traité en classe.

La capacité de réinvestissement, qui est un critère fiable d'acquisition, semble recherché de manière bien théorique (?).

Le mot "mécanisme" fait recette

Les effets du copiage sont peut-être sous-estimés ?

Sans en attendre de miracles, on fait largement appel au concret.

Ce qui est essentiel, c'est le passage d'une situation chargée de sens à une situation mathématique dont on veut éviter qu'elle reste lettre morte. Les thèmes apparus dans les programmes de 2nd cycle vont dans ce sens, mais les réticences existent, inspirées notamment par le formalisme. A-t-on, par exemple, le droit d'illustrer la distributivité par $2F + 3F = 5F$. Il faudrait pour cela supposer que F désigne un réel et que $2F$ représente un produit ...

Combien d'énoncés d'équations ou d'inéquations sont reliés à autre chose que le très classique "résoudre dans $\mathbb{R}$". On attache une grande importance à la manipulation des algorithmes de calcul ou de résolution. Les raisons de ce choix sont-elles d'ordre mathématique ?

Savoir et savoir-faire. Les mots n'ont peut-être pas pour tous la même signification. Supposons 3 questions :

1) Qu'est-ce que le ppcm de 2 nombres ?
2) Calcule le ppcm de 8 et 12.
3) Quel est le côté du plus petit carré formé de la juxtaposition de rectangles de 8 sur 12 et placés tous dans le même sens ?

Le savoir attaché au ppcm est-il la capacité de répondre à une question de type 1 ou de type 3 ? Quel objectif poursuit-on en se cantonnant dans les questions de type 2 ?

Les liens existant entre math - notation et orientation provoquent un éventail de réactions assez étendu.

Revenons à ce propos sur les contraintes du système relatives à la notation. Prenons l'exemple d'un exercice portant sur la suppression des parenthèses. Soit donc à réduire :

1) $a + (a - 2)$ 2) $2a - (a + 3)$ 3) $3a - (- a + 3)$

Imaginons qu'un élève se contente d'enlever les parenthèses et propose comme réponses : $2a - 2$; $a + 3$ et $4a + 3$

Si on attribue 6 points à l'ensemble des 3 questions lequel d'entre nous mettrait-il 0 pour signifier que l'objectif n'est pas atteint ?

2 sur 6 signifirait-il que la question est comprise au tiers (ou au quart en rajoutant 2 questions) ? A quelle logique sacrifions-nous ou à quelles pressions acceptons-nous de céder ?

- III - Questionnaire ouvert

Préliminaire : si certaines erreurs accompagnent naturellement l'apprentissage d'autres peuvent être qualifiées de pathologiques. L'interprétation des erreurs peut donc être à l'origine des décisions que chaque professeur prend, compte-tenu des programmes d'une part et des capacités de ses élèves d'autre part. Le questionnaire ouvert apporte quelques lueurs sur ce travail de lecture.

A la fois pour la construction des tests et pour la rédaction du questionnaire ouvert, on doit se reporter au deux hypothèses suivantes :

* - aucune notion (ou presque) n'est à proprement parler nouvelle pour nos élèves

* - de ce qui est en principe connu, pour avoir été mis au programme des années précédentes, il ne reste souvent que bien peu de choses.

Les programmes conduisent les rédacteurs de livres et à leur suite une majorité d'enseignants à un type d'activités dont la principale vertu ne serait-elle pas de s'intégrer parfaitement au système évoqué plus haut ? Voyons donc quelques réactions sur ces différents points, apparues dans le questionnaire ouvert :

1- Quelles sont les classes où tu enseignes ...

2- Quelle est ton ancienneté ...

3- <u>Cite au moins 3 types d'erreurs par ordre de fréquence où elles apparaissent</u>

On retrouve plusieurs fois les erreurs de lecture du texte notamment dans les "petites"classes et les erreurs dites d'inattention -

- Erreurs de retranscription - erreurs de signes - erreurs de calcul -
- Confusion des opérations dans : $-3x^2 + 2x^2 = -x^4$ ou $a^n = na$
- non respect des conventions dans : $3 + 5 = 8 + 2 = 10$
  (erreur très fréquente en 6ème)
- non respect des priorités des opérations
- des variations sur la distributivité : $ab + ac = 2a (b + c)$
- confusion entre sens et signe, entre signe et sens de variation
- changements de signes intempestifs

- simplifications hasardeuses $\frac{ab + c}{a} = b + c$

- généralisations fréquentes : $(a + b)^2 = a^2 + b^2$;
$\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$ $|a + b| = |a| + |b|$

- les erreurs relatives à zéro : $\frac{0}{a} = \frac{a}{0} = 0$ ou impossible

ou ensemble vide

si $5\ ab = 0$ alors $\underline{5 = 0}$ ou $a = 0$ ou $b = 0$
(en toute logique, ce n'est pas une erreur)

4- Cite au moins 3 types d'erreurs par ordre de gravité

On retrouve a peu près toutes les erreurs citées précédemment. Notons aussi les mauvaises applications de la proportionnalité, les divisions effectuées dans le sens grand nombre divisé par petit nombre -

- les résolutions du genre $3b + b = 16$ d'où $b = 16 - 3b$ comme réponse finale

- les fautes de logique : confusion entre hypothèse et conclusion,mauvaise utilisation du contre-exemple et des quantificateurs

- les fautes liées au calcul algébrique : mauvaise utilisation des lettres : $13\ a^2 - 5\ a^2 = 8$

5- Peux-tu citer une erreur liée à ton enseignement et pour laquelle tu as trouvé le remède

- Erreurs liées aux différents signes moins. Des notations différentes augmentent les risques d'erreur

- Pour éviter que $\frac{6x + 3}{3}$ soit égal à 6x on impose la factorisation $\frac{3\ (2x + 1)}{3}$ pour simplifier

- pour éviter les erreurs de changement de sens, om impose la transposition du côté où les coefficients sont positifs

$- 2\ x \geqslant 7$ devient $- 7 \geqslant 2\ x$ (et si les coefficients sont du genre $\sqrt{2} - \sqrt{3}$?)

- la distinction entre opération principale et opération provisoire ne permet pas de résoudre les problèmes de priorité. On dit simplement somme ou produit. Le problème de priorité est résolu ailleurs en faisant appel au jeu des chiffres et des lettres.

- l'erreur "ça se voit sur le dessin" est corrigée à l'aide d'une publication de l'IREM de Poitiers (?)

6- <u>Quelle est l'erreur qui t'a le plus surpris</u> ?

✗ $15 - 2 = 15 + 2$ (une victime des suppressions de parenthèses)

✗ $(x - 3)\ (x - 5) + 2\ (x - 3)$ se factorise

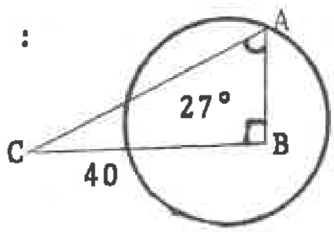
$(x - 3)\left[1 + (x - 5) + 2\right]$ (élève intrigué par l'exercice précédent qui devait être du genre $(x - 3) + (x - 5)\ (x - 3)$

✗ $3\,x = 0$ implique $x = -3$

✗ si $a + b = c$ alors $b = d = f$ (a vaut 1 b vaut 2, c 3, etc . . .)

✗ $3{,}2^2 = 9{,}4$

✗ un morceau de bravoure :



C = 3,14
AC et BA
C = 180° AC = 90°
π radians 180°
π grades 200°

La tentation est grande d'affubler l'auteur des épithètes qu'on imagine. On peut se reporter au paragraphe "du chinois ou presque".

<u>Remarques</u> :

Les erreurs citées dans les questions précédentes le sont de mémoire pour la plupart et ne font pas l'objet d'une recherche systématique. On peut délimiter des niveaux de lecture :

une lecture fine qui conduit à une retranscription fidèle de l'erreur, voire du texte et du cadre où elle apparaît.

une lecture plus grossière qui permet de dire qu'on a rencontré des erreurs sur la valeur absolue sur les signes etc ... sans autre précision.

7- Peux-tu citer les parties du programme dont l'intérêt te paraît limité ?

on retrouve plusieurs fois l'étude systématique des relations en 5°

on retrouve aussi :

- la géométrie dans l'espace avec en particulier la définition des plans horizontaux et verticaux
- les graduations de la droite
- la mesure algébrique d'un bipoint
- en 6° la longueur d'un arc de cercle
- en 4° la composée des applications et les applications réciproques
- en 3° l'axiome de Thalès
- en 1ère la limite en x_0 quand f est continue en x_0
- en terminale les exponentielles de base quelconque

8- Peux-tu citer les parties du programme dont les ambitions sont démesurées ?

on trouve en 6° les conversions d'unités, la proportionnalité, les nombres relatifs

- en 4° : les démonstrations, la géométrie dans l'espace, la géométrie toute entière et le programme dans son ensemble

- en 3° : les symétries laissant invariante la réunion de 2 droites, on remarque aussi que ce sont beaucoup plus les livres que les programmes qui montrent des ambitions démesurées.

9- Peux-tu citer des questions figurant dans les manuels et qui n'ont aucun sens pour les élèves ?

- Pour une table à 3 pieds une cale est-elle nécessaire ?
- en 5° si m = n = p choisis des décimaux m n p tels que (xm) (ym) (zp) = xyp
- en 2nde les problèmes de construction conduisant non pas

à une construction mais à la recherche d'une méthode générale de construction

C'est peu mais dans certains cas, c'est un ouvrage entier qu'il faudrait citer.

10- Quelles sont selon toi les notions sur lesquelles les élèves n'ont à priori aucune idée avant de commencer l'apprentissage ?

Pour certains, la réponse est : aucune
On trouve cependant :
- la pratique de la démonstration,
- le calcul algébrique en général
- les puissances
- la valeur absolue
- les relations, applications composées, application réciproque, relation d'équivalence
- la différence dans $\mathbb{Z}$- les encadrements
- le rapport de projection orthogonale - la trigonométrie
- la dérivée - l'intégrale - le log - les complexes - le produit scalaire (on retrouve donc à peu près l'essentiel du programme de 2nd cycle !)

La question est ambiguë. Les maths conduisent à un certain formalisme, à un choix de définitions et de conventions. Les réponses peuvent signifier que rien dans l'expérience des élèves ne les prépare à la formulation que nous leur proposons.

On peut se demander également, si la référence au concret et aux acquis évoquée plus haut n'est pas utilisée seulement comme illustration et moins comme point de départ. Qu'en est-il de la volonté de relier une définition à un problème posé, de donner un sens à une notion dite nouvelle ? Les définitions ne sont pas tombées du ciel. Cependant la démarche mathématique n'est-elle pas souvent réduite à la lecture des tables de la loi ? Pourquoi pour introduire le log, faut-il passer par les dérivées, les primitives ... alors que n'importe quel élève de CE_2 sait que pour multiplier 100 par 1000, il suffit d'ajouter le nombre de zéros.

11- Cite au moins une notion avec laquelle tu n'étais pas à l'aise comme élève

On trouve souvent la géométrie, en particulier la géométrie descriptive, la géométrie dans l'espace, les lieux géométriques, les symétries.
Notons aussi la mesure en radians - les isomorphismes - la continuité - les inégalités - la règle de trois et le calcul mental.
Il y a beaucoup moins de choses que dans la rubrique précédente.
S'il cherche dans son passé, le professeur trouve rarement trace des difficultés qu'il constate chez ses élèves (sauf en géométrie ?)

12- Les livres utilisés par les élèves sont-ils adaptés à leur niveau ?

Notons d'abord que les livres sont utilisés (quand ils le sont) pour les exercices qu'ils proposent. Certains sont jugés assez bien adaptés mais la plupart font l'objet de critiques qui sont toujours les mêmes : on déplore les surenchères et le manque de simplicité. Pour les élèves moyens, on regrette le manque de clarté et pour les élèves faibles aucun ne répond aux attentes. Même les "Gallion" et les ouvrages de la "Cédic" déçoivent. En général, les exercices sont jugés trop difficiles ou trop longs. Remarquons que les manuels proposent pour beaucoup des séries d'exercices répétitifs qui sont l'occasion de débusquer quelques erreurs classiques qu'on cherche à traiter par le conditionnement. Priorité à la technique.

Les questions précédentes donnent quelques indications sur le sens que le professeur donne à son travail. La rupture de l'élève avec le sens de ce que nous lui proposons ne serait-elle pas le prolongement d'une autre rupture de sens : quel lien existe-t-il entre la sphère de décision et la sphère d'exécution ? Quelle prise le professeur de base a-t-il sur les programmes ou la rédaction des manuels ?

Au mieux (?) il réclame un recyclage lorsque le programme change : attitude de dépendance caractéristique d'un système.
Quelques-uns n'hésitant pas à rompre de fait avec les programmes,

il convient de ne pas perdre de vue le principal intéressé : l'élève. Les erreurs qu'il oppose à nos sollicitations définissent les limites du possible et disent ce qu'est l'élève réel. L'élève de 2nde est-il celui qui définit implicitement le programme de 2nde, est-il celui d'une tradition, d'une mémoire collective ou plus simplement celui qui est inscrit dans une classe de 2nde ? Les situations sont multiples. Pour appuyer les décisions de modifier les programmes, des expériences sont tentées. Leur succès affirmé illustre peut-être l'optimisme de leurs auteurs qui prennent leurs désirs pour des réalités, mais après tout, pourquoi ne pas leur faire crédit ? Mais on peut alors se demander si leur succès n'est pas davantage lié à la liberté d'initiative et de création qu'à la pertinence du choix d'un nouveau contenu, ou d'une nouvelle méthode (?)

13- Fabriques-tu tes énoncés de devoir en reprenant les exercices des livres ou les fabriques-tu sur mesure ?

Une réponse indique exclusivement sur mesure. Pour le reste, on fait appel aux deux procédés.

14- Reprends-tu d'une année sur l'autre les mêmes devoirs ?

Avec quelques nuances, la réponse est négative dans tous les cas.

15- Prévois-tu avant chaque devoir les erreurs qui risquent d'apparaître ?

Oui - Parfois - J'essaie - Pas toujours - Jamais -

Les questions 13, 14, 16 sont inspirées par la distinction de N.Milhaud entre 2 catégories d'enseignants selon le degré de responsabilité qu'ils acceptent d'endosser par rapport à l'erreur et à ses causes. En caricaturant : d'un côté les ultra-conservateurs bardés de certitudes, de l'autre ceux qui se sentent interpelés par les situations nouvelles. Les premiers n'auraient sans doute pas choisi de participer à un stage sur les erreurs (!!). Ainsi, les trois questions citées sont assez peu pertinentes et d'un intérêt limité.

16- As-tu des collègues qui enseignent d'une façon différente de la tienne ? Comment perçois-tu leur choix ?

On cite en général les collègues dont le cours est soigneusement structuré qui sont plus "traditionnalistes" mais personne ne songe à émettre une véritable critique ; chacun prenant la mesure de la chance qu'il a de pouvoir agir selon son tempérament. La seule restriction est à l'adresse de ceux qui ne traitent pas l'essentiel du programme.

Enfin trois questions en rapport avec le stage proprement dit.

17- Quelle est l'idée émise pendant la première journée de stage avec laquelle tu es le moins d'accord ?

On trouve l'idée de notion (connaissance plus ou moins intuitive qui précède l'apprentissage ?)

- le rôle du piège (expression peut-être un peu forte pour désigner les questions qui exigent un peu plus de réflexion que la moyenne)

- l'affirmation qu'il n'y a pas de recettes

- l'utilité de formuler des théorèmes-élèves

18- Idem, avec le plus d'accord

- les maths sont pour les élèves une langue étrangère

- il est bon de faire vérifier aux élèves leurs résultats pour donner un sens à ces derniers

- on demande aux élèves plus qu'ils ne peuvent comprendre

- l'inattention a une très grande importance dans l'apparition des erreurs

- les élèves possèdent avant tout apprentissage déjà quelques "notions"

19- As-tu un souhait à émettre à propos du stage et que tu n'as pas eu l'occasion d'exprimer ?

On voudrait se poser à plusieurs la question de savoir comment peser sur les programmes, sur le vocabulaire utilisé en math, sur l'utilisation au collège des calculatrices.

On cherche une nouvelle approche ou une remise en cause des fausses solutions qui sont proposées par ceux qui voudraient ignorer l'indispensable recours à l'effort.

On recherche enfin des conseils pour éviter les erreurs.

CHAPITRE III

- I - Compte-rendu de la deuxième journée de stage animée par Jean DEMALANDER

1- Le tableau silencieux

Cette activité avait pour but de faire ressortir les différentes représentations de l'erreur. Non pas qu'elles soient méconnues, mais davantage pour atteindre la conscience de chacun.

Devant un tableau, le groupe prend place en demi-cercle. Dans le plus grand silence, chacun peut, dans un premier temps se lever pour écrire un mot à partir du premier mot conducteur (ici : le mot erreur). Dans un deuxième temps, chacun peut barrer les mots qui le gènent le plus, et dans un troisième temps, il est possible de souligner les mots avec lesquels on est le plus d'accord.

La phase silencieuse étant terminée, le groupe éclate pour un bref échange avec restitution d'une analyse du tableau.

adulte adolescent culture scientifique norme devoir

élitisme apprentissage droit

langage ~~dressage~~ correction peur

refus confusion notation faute sanction

avenir ~~élève nul~~ ← impossible

si $\boxed{\textit{erreur}}$ alors ~~bête~~ évaluation aversion

incompréhension passivité psychologie intérêt pour l'élève

observation

magie lecture entraînement

inattention

effectif autonomie mécanisme travail raisonnement

élève en difficulté

motivation évident courage

soutien pour qui

Remarque : *il est possible que la retranscription ne soit pas complète mais il ne s'agit aucunement d'une censure !*

L'une de ces analyses a consisté en regroupements de termes avec attribution d'un signe.

D'abord : méthode, entraînement, correction, rapidité, calcul, raisonnement :

on donne le signe +

Ensuite : notation, évaluation, faute, sanction :

on hésite sur le signe

On oppose alors bête
élève nul (-) à courage
travail (+)

On cite enfin élitisme, droit, devoir, culture scientifique (avec quel signe ?)

On émet l'hypothèse que le tableau possède sa géométrie propre -

Un groupe s'est attaché à donner des titres :
cause - remèdes - aspect moral - vision globale -

On a aussi procédé à un inventaire de mots absents comme :

famille, pédagogie, en constatant que nous avions été sans doute nos propres censeurs.

Un autre groupe a voulu relever les aspects chronologiques de la construction du tableau. On trouve d'abord des mots sans liens directs comme : élitisme, droit, courage. Ensuite, on idéalise l'élève en barrant par exemple le mot bête. Enfin on procède à un recentrage, vers davantage de réalisme en soulignant le mot travail ...

On a encore opéré un regroupement par thèmes pour constater qu'on retrouve fréquemment le vocabulaire des bulletins. La pratique enseignante ressort par ses aspects négatifs et les élèves apparaissent peu. On regrette un manque d'ouvertures : on ne relève que les mots : magie, psychologie et langage pouvant élargir le champ de vision du système et on signale l'absence du mot responsabilité.

Enfin, on a fait ressortir la grande ambiguïté des mots : dressage, évident, droit. On a remarqué également l'éloignement de : adultes adolescents d'une part, aversion et avenir d'autre part . . .

2- <u>La fécondité de certaines erreurs</u>

Il est naturel que les représentations de l'erreur en surgissant spontanément donnent l'image des contradictions qui forment le cadre de notre travail et de nos choix. D'un côté un apprentissage dont l'erreur est partie prenante, de l'autre une évaluation qui s'inscrit dans un processus d'orientation et pour laquelle erreur et échec sont intimement liés, sans qu'il soit jamais possible de faire clairement le partage.

Euler, Leibnitz et Bernouilli ont été un centre d'une activité dont le but était précisément de réhabiliter l'erreur. Le texte de référence (trop long pour être cité) est d'Euler. Ce dernier examine la controverse opposant Bernouilli et Leibnitz à propos du log des nombres négatifs ou imaginaires -

(1) Bernouilli affirme entre autre que $\ell n\ (-x) = \ell n\ (x)$
En guise de démonstration il indique que le différentiel de $\ell n\ (-x)$ est $\frac{-dx}{-x} = \frac{dx}{x}$ de même que celui de $\ell n\ (x)$. Il en conclut que ces quantités dont les différentiels sont égaux doivent être égales entre elles.

(2) Un peu plus loin :

$\ell n\ (-a)^2 = 2\ell n\ (-a)$ or $(-a)^2 = a^2$

$\ell n\ a^2 = 2\ell n\ (a)$ ainsi $\ell n\ (-a) = \ell n\ (a)$

(3) L'objection d'Euler conduit à dire que si une règle n'est pas vraie dans un cas "on ne pourrait <u>jamais</u>" se servir de cette règle.

(4) Leibnitz prétend que $\ell n\ (-1)$ est nécessairement imaginaire :

$\ell n\ (1 + x) = x - \frac{x^2}{2}$ . . . . . avec $x = -2$ on a

$\ell n\ (-1) = -2\ \frac{-4}{2}$ . . . . .

"Or il n'y a aucun doute que la somme de cette série divergente ne saurait être 0 ... Le ℓn de -1 sera donc imaginaire puisque il est d'ailleurs clair qu'il ne saurait être réel, c'est-à-dire positif ou négatif".

Les contradictions, voire les erreurs relevées par Euler le conduisent à mettre en place le $\ln$ d'un complexe comme fonction multiforme :

Si $z = r (\cos t + i \sin t)$, $\ln (z) = \ln (r) + it + 2 k \pi i$ $(k \in \mathbb{Z})$

Les erreurs et les contradictions ont joué dans cette circonstance comme dans beaucoup d'autres, un rôle très fécond.

Un travail par groupes a conduit à l'élaboration d'affiches. Très naturellement le parallèle est apparu entre le texte et certaines erreurs classiques de nos élèves pour qui les maths sont un édifice en construction. Les résistances de grands mathématiciens comme d'Alembert n'arrivant pas à concevoir la multivocité du log, nous font toucher du doigt la grande difficulté qu'il y a de franchir certains seuils episthémologiques.

On a rapproché l'erreur : $f' = g'$ implique $f = g$ de

$$\cos a = \cos b \text{ donc } a = b$$

La généralisation abusive du genre $\ln (-a)^2 = 2\ln (-a)$ (avec $a > o$)

se retrouve dans $\quad x \dfrac{(x + 1)}{x} = x + 1$; $|x -1| = x -1$; $|a + b| = |a| + |b|$

si $f (2) = f (-2)$ $\quad f$ est paire . . .

Pour certains élèves la notion de fonction (uniforme) n'étant pas bien dégagée on n'hésite pas à écrire $|z| = z$ ou $-z$ $\sqrt{4} = 2$ ou -2

$$x - x = o \text{ ou } 1 \; ; \; \frac{x}{x} = \text{indéterminé}$$

Notons que le mot -indéterminé- a souvent 2 sens opposés :

soit : n'importe quelle valeur

soit : non déterminé c'est-à-dire rien du tout

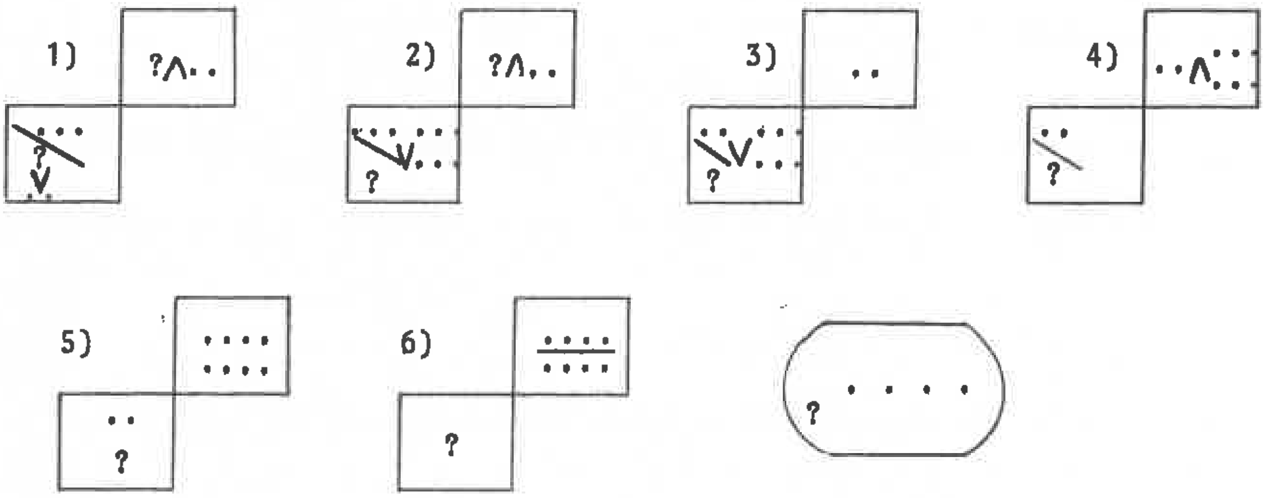
Le premier sens ramène au référentiel et le second à l'ensemble vide.

Le retour à l'histoire, même s'il ne constitue pas la panacée que certains imaginent, a toutefois le mérite de montrer que derrière l'édifice, il y a des hommes en recherche, en but avec des contradictions. Pourquoi nos élèves devraient-ils adhérer au savoir comme s'il surgissait du néant ?

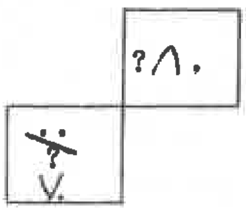
- II - Du chinois ou presque

Nous avons eu l'occasion de distinguer les erreurs accompagnant normalement l'apprentissage, de celles qui trahissent une complète rupture de sens. Faudrait-il que ces dernières échappent à toute logique ? Lors de la première journée de stage, les participants ont été soumis à une épreuve intitulée "Du chinois ou presque". Il s'agissait de placer chaque professeur dans la situation de l'élève qui ne sait absolument pas ce qu'on lui demande et qui va tout de même proposer une réponse :

Exemple :

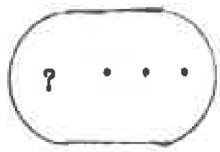


Faire de même avec :



Il suffit pour retrouver le sens de la question de considérer l'exemple comme la résolution dans R de $3(x-2) < x + 2$ avec comme réponse finale $x < 4$

Faire de même avec ... donne $2(x-1) < x + 1$ soit



Un stagiaire a donné la bonne réponse mais sans avoir fait le lien avec $2(x-1) < x+1$

Une grande majorité de ceux qui se sont livrés à l'expérience ont reconnu avoir mis en œuvre des raisonnements de type graphique et même s'ils ne sont pas parvenus à une réponse, ils ont pu voir que le fait de ne rien produire ne signifie pas automatiquement paresse, mauvaise volonté, stupidité ... Le but de l'opération était de mettre en évidence l'importance des raisonnements graphiques. Ainsi l'exemple peut-il occulter le problème lui-même en raison même de sa formulation.

Ainsi un élève peut savoir résoudre dans R : $3(x-2) = x+2$ ... et se montrer incapable de vérifier l'exactitude de sa réponse en remplaçant dans l'énoncé x par 4 !

L'importance du graphisme se retrouve dans le poids des traditions d'écriture. Le sujet du bac dans lequel n était une constante et x un entier a laissé bon nombre de candidats dans l'expectative. Combien de temps mettons-nous à déterminer le domaine de définition de la fonction f telle que

f (var) = 3/2 * var/2/ (var ↑ 2-1) pour ceux qui lisent le basic.

Les raisonnements graphiques mettent en évidence également la multiplicité des interprétations pour un même tracé. Ainsi une expression ne possède-t-elle pas, a priori, un sens mais plusieurs. La simple répétition ne vient pas à bout de ce type de difficultés. Au contraire, deux figures différentes mais semblables induisent bien souvent des lectures identiques.

CHAPITRE IV

- Répertoire d'erreurs -

La manière la plus probante de montrer que les erreurs obéissent à une logique est de les recenser pour regrouper toutes celles qui ont une parenté que le hasard seul ne peut justifier. Cette démarche n'indique rien sur le processus logique lui-même. Elle suppose la simple observation. Cette dernière s'est faite de manière informelle. Chacun a fait état des erreurs qui lui semblaient relever d'une logique, pour les avoir retrouvées plusieurs fois. La présentation n'ayant pas fait l'objet d'un protocole strict ; nous avons des erreurs retranscrites fidèlement et d'autres déjà interprétées. Quelques stagiaires ont également indiqué qu'il y avait beaucoup d'erreurs sur telle partie du programme, mais rien dans cette remarque n'indique qu'il y ait une logique derrière ces erreurs. Le répertoire est assez maigre et demanderait pour s'étoffer, une recherche approfondie. Il est complété par des théorèmes-élèves. Ces théorèmes n'ont aucun caractère explicatif. Ils permettent seulement de se donner des points de repère dans la lecture des erreurs.

Les professeurs de collège ont noté l'importance du français dans l'interprétation d'un énoncé.

I - Erreurs liées au vocabulaire

Confusion entre diamètre et rayon
diviseur et multiple
double et moitié ($b' = 2b$ au lieu de $b = 2b'$)
numérateur et dénominateur (voir nominateur)
périmètre et aire
sens et signe
inverse et opposé
degré et nombre d'inconnues
vecteur directeur et cœfficient directeur
médiane médiatrice bissectrice et hauteur

Confusion entre développer et factoriser. Ici la difficulté vient du fait qu'on se risque rarement à définir exactement ces "opérations" et le rôle qu'elles jouent l'une par rapport à l'autre.

Pour un élève l'expression "développe" correspond souvent à la recherche d'un résultat occupant plus de place :

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

signifie qu'on a développé ! Avec un peu d'habitude on perçoit les formes classiques et on devine ce qui est attendu.

Ainsi $(1 - \sqrt{2})\, x^2 - 1$ devient $(1 - \sqrt{2})(x - 1)(x + 1)$ même si la question invite à donner la valeur numérique pour $x = \sqrt{2}$

Les confusions de langage sont à rapprocher des théorèmes suivants :

- le texte français d'un énoncé n'a aucune importance. Seules comptent les "opérations" à faire.
- Dans un énoncé tous les nombres doivent être utilisés au moins une fois.

On peut à cette occasion faire allusion aux expériences consistant à demander quel est l'âge du capitaine d'un bateau de 12 m sur 3.

II - Erreurs liées à la formulation

Une étude de l'IREM de Reims a été consacrée au sujet.

Notons en géométrie qu'une figure définie par les conditions a, b, c, conduit à la construction de 3 figures différentes.

Un énoncé comprenant de "grands" nombres

$$0{,}00001\, x + 1{,}2357 = 1 \quad \text{ou} \quad 2532\, x + 1732 = 10000$$

donne des réponses inattendues.

III - Erreurs liées aux conventions ou aux définitions

Oubli d'une ou plusieurs conditions dans la définition de partition d'angles adjacents ...

(la notion même de définition et le rôle joué par cette dernière est rarement clair dans l'esprit des élèves)

Le signe = signifie opération à effectuer dans :

$$2 + 5 = 7 \times 2 = 14$$

(la disposition verticale choque moins)

erreurs liées à la priorité des opérations :

$2x^2 = (2x)^2$ ou $-x^2 = (-x)^2$ avec la variante

$$-\text{Sin}^2 x = (-\text{Sin}x)^2$$

f (2) image de 2 par f est souvent confondu avec f(x)=2

Pour définir $f \circ g$ avec $f(x) = 2x + 1$ et $g(x) = x - 2$ on a souvent $f \circ g(x) = 2x(x - 2) + 1$

si $x^2 = -4$, $x = \emptyset$

$\overline{AB}$, $\overline{AC}$ = A^2 BC dans le même ordre d'idée on confond aussi

AB, (AB) (A,B) [AB] $\overline{AB}$ $\overrightarrow{AB}$ $\{A,B\}$

A + B = C (car A = 1 B = 2 C = 3 ... les nombres étant codés par l'alphabet)

si $\cos x = 0{,}8$ $x = \dfrac{0{,}8}{\cos}$ voir l'écriture $\cos^{-1}$ sur les calculatrices.

$(af)' = a f'$ confondu avec $(uv)' = uv' + u'v$ puisque les lettres du début de l'alphabet désignent en principe des paramètres.

(Qu'est-ce qu'un paramètre, une inconnue, une variable ?)

$(\ell n\ (2))' = \dfrac{1}{2}$ le nombre a le statut de variable

$|x - 1| = x - 1$ si $x > o$ (ou si $|x| > o$) ...

x représente ce qu'on veut. Le fait qu'il garde la même valeur à l'intérieur d'une même expression n'est pas évident.

$|-3| = |3|$ ce qui est vrai mais pas ce qu'on attend.

$0{,}001 = 10^{-2}$ à cause du nombre de zéros

A : polynôme un jour, réel le lendemain est un point la plupart du temps et il arrive que la lettre reste attachée à la première définition rencontrée.

-x est négatif

x^2 -19 n'est pas factorisable dans $\mathbb{R}$ en produit de polynômes

Théorème : une lettre miniscule désigne un nombre généralement entier, positif, pas trop grand.

On peut rapprocher ce théorème de la distinction faite entre $(a + b)^2 = \ldots$ et $(a - b)^2 = \ldots$, entre a^n et $a^{-n} = \ldots$ comme si b ou n ne pouvait pas être négatifs.

IV - Erreurs liées à une généralisation hâtive

Si 12 pommes coûtent 3 F 1 pomme coûte 4 F

Théorème : on divise toujours un grand nombre par un petit.

(Dans $\mathbb{N}$ $a \times b > a$ si $b > 1$)

$-2 -3 = +5$ car - par - donne + et $-10^{-2} = 100$ pour la même raison

$3 - (2a -3)^2 = 3 + (-2a + 3)^2$ quand le carré apparaît il est trop tard

Si $\left(\begin{array}{l} a < b \\ \text{et} \\ c < d \end{array}\right.$ alors $a - c < b - d$ ou $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$

si $a < b$ alors $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ puisque la réciproque est vraie

$\frac{2 + a}{2 + b} = \frac{a}{b}$ $\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sin}{\cos}$ $2 \sin \frac{x}{2} = \sin x$

Si $(2x + 1)(x - 2) = (x + 1)(x - 2)$ alors $2x + 1 = x + 1 \ldots$

Si $2x - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} x$ alors $2x - \frac{1}{2} \times 2 = \frac{1}{2} x \times 2$

$\sqrt{2}\, x - 1 = \sqrt{3}\, x + 1$ donne $2x - 1 = 3x + 1$

$\frac{\sqrt{-2} + 3}{-2} = \sqrt{3}$ et $\frac{x - 16}{2x - 8} = \frac{1}{2} + 2$

Théorème : simplifier c'est barrer la même chose en haut et en bas ou à gauche et à droite

Théorème : on peut toujours faire la même chose en haut et en bas ou à gauche et à droite.

$a^n \cdot b^m = a\ b^{(n + m)}$

On réduit au même dénominateur pour multiplier deux fractions.

Si $a \cdot b > o$ alors $a > o$ et $b > o$ idem avec $< o$

Si $(x - 1)(x + 2) = 5$ alors $x - 1 = 5$ ou $x + 2 = 5$

Si $x (7x - 34) + 5 = o$, $x = \frac{34}{7}$ ou $x = -5$

Si $2x^2 + x + x^2 = a x^2 + b x + c$ $a = 2$, $B = 1$, $c = 1$

Théroème : une égalité peut être coupée en morceaux

Si $x^2 - x - 3 = 0$, $x = \frac{3}{x-1}$

Théorème : résoudre c'est isoler x

Une distributivité envahissante donne aussi :

$2\ ab = 2a \cdot 2b$ ou $a\ \frac{b}{c} = \frac{ab}{ac}$

$- ab = (-a)(-b)$

Une série importante d'erreurs peut se rapporter au théorème :

- le truc du machin est égal au machin du truc avec par exemple

  somme ou différence des racines
  somme ou différence des carrés

Le double produit renforce souvent l'idée qu'une identité remarquable est une égalité anormale.

De même dans $\int \frac{u'}{u}\, dx = \ell n\ (u) + c$ *on se demande souvent ce que devient u'*

Le passage de $a^2 + 2\ ab + b^2$ *à* $(a+b)^2$ *peut être facilité par*

$a^2 + ab + ab + b^2 = a\ (a+b) + b(a+b) = (a+b)\ (a+b) = (a+b)^2$

On néglige souvent ce type de transition car à terme elle doit bien sûr être abandonnée.

Somme ou différence des inverses dans $\frac{1}{\frac{3-\sqrt{27}}{14}} + \frac{1}{\frac{3+\sqrt{27}}{14}} = \frac{14}{6}$

Somme différence produit ou quotient des sin, cos, ln
Toutes les fonctions sont des homomorphismes
La dérivée ou la primitive du produit du quotient, de la racine est égale à ... etc ...

Dans cette rubrique on peut ranger aussi toutes les fautes liées à l'utilisation de la structure de groupe dans la résolution d'équations du premier degré

0 et 1 sont souvent pris l'un pour l'autre et l'opposé pour l'inverse

Si $5x = o$ alors $x = \frac{1}{5}$ ou -5

En première on trouve $\left(\frac{3}{2x-5}\right)' = \frac{o\ (2x-5) - 3 \times 2}{(2x-5)^2} = \frac{2x-5-6}{(2x-5)^2}$

Les théorèmes de cette rubrique sont d'autant plus fortement installés qu'ils ne sont pas formulés. Le fait de les dénoncer par le discours est souvent sans effet. C'est justement la recherche de situations où ce type d'erreurs va apparaître qui permettra de les combattre. Il ne s'agit pas comme certains le craignent de piéger les exercices.

A contrario, ceux qui viennent au devant des difficultés par des exercices du style :

en observant que $x^2 - 25 = (x-5)(x+5)$

factoriser $x^2 - 36$; $x^2 - 49$; $x^2 - 81$ ...

ne font que vérifier la connaissance des tables de multiplication à l'occasion d'exercices prétendûment de 4°. Ce type d'activités permet une très bonne intégration au système décrit plus haut.

Dans quelle mesure concourent-ils à la découverte des mathématiques ?

V - <u>Erreurs liées à un recours à la mémoire</u> et en particulier à la mémoire graphique. On devine derrière ces erreurs une ou plusieurs règles mal assimilées.

On peut citer dans cette rubrique des erreurs déjà citées comme

$|x - 1| = x - 1$ si $x > o$ ...

ou $|x - 1| (x + 2) = 5$ devenant $x - 1 = 5$ et $x + 2 = 5$

ou encore $-x$ est négatif ...

Si $y = 2x - 4$ alors $y = x - 2$

$7 : \frac{2}{3} = \frac{1}{7} \times \frac{2}{3}$

$4 - (-2) = -4 + 2$

$4 - (-2) = 4 + -2$ On change quelque chose ! la référence à des situations du genre : je supprime une dette de 2F pour illustrer $- (-2)$ ne fait sans doute pas sérieux.

$-2,1 + 3 = 1,1$ Le dressage ne fonctionne que verticalement

$a (b - c) = ac - ab$ l'ordre s'est substitué au signe

$- (1 + 2x) = -1 + 2x$ ou $1 - 2x$ Dans ce dernier cas le signe est changé car il est <u>visible</u>.

Un signe c'est + ou - ainsi 1 n'a pas de signe

De même 0 est un"truc rond"

Si $ab = bc$ alors $a = c$ ainsi b n'est qu'une lettre, pas un nombre et en tout cas pas 0 qui lui est rond.

De même on refuse de reconnaître que déterminant $(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB})$ soit nul et quand on finit par s'y résoudre le "= o" devient une décoration de fin de ligne. Tous les déterminants et tous les produits scalaires sont alors nuls.

$x = 0$ peut être aussi confondu avec le fait que x ne peut être défini ainsi $\frac{1}{0} = 0$

On peut citer toutes les erreurs liées à l'utilisation d'un tableau. Notons par exemple :

x		-1		2	
$x + 1$	$-$	0	$+$		$+$
$x - 2$	$-$		$-$	0	$+$
$\frac{\sqrt{x + 1}}{x - 2}$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$

Le domaine de définition de $\frac{\sqrt{x+1}}{x-2}$ est donc $]-\infty\ -1] \cup]2\ +\infty[$

La difficulté en ce domaine ne tient pas au remplissage mais bien au choix de faire ou non un tableau, au choix des rubriques et au choix des démarches logiques liées à l'utilisation du tableau. Même quand ce dernier est "bien" fait, l'élève est souvent incapable de le lire ou d'en tirer le moindre renseignement. Alors, est-il "bien" fait ?

La résolution de $\frac{3x-2}{x-4} + 4 > 0$ conduit aussi à un tableau mais on y relève souvent le signe de $3x - 2$ . . .

factoriser $x^2a + ab + (ax)^3$ donne $a(x^2 + b + x)^3$

<u>Théorème</u> : factoriser c'est mettre quelque chose devant, le reste ne changeant pas.

A propos du domaine de définition : très peu d'élèves peuvent dire ce qu'il est mais on le "calcule" quand même en utilisant quelques règles :

<u>Théorème</u> : un $\mathcal{D}f$ s'écrit toujours $\mathbb{R} - \{\ldots\}$

$[0\ ;\ 1]$ sera donc écrit : $\mathbb{R} - (]-\infty\ 0[\cup]1\ +\infty[)$

<u>Théorème</u> : Dans un $\mathcal{D}f$ il y a quelque chose qui s'annule. (Il s'agit souvent d'un dénominateur).

La question : Quel est le domaine de définition de f définie par $f(x) = x + 1$, n'a pour beaucoup aucun sens !

Remarquons que la difficulté pour l'élève de cerner ces questions tient à l'extrême pauvreté de l'éventail de situations auxquelles il se voit confronté. (en troisième notamment).

En géométrie notons les définitions et les formules qui sont restées lettre morte.

Un carré en devenant losange ou en n'étant plus "droit" cesse d'être un carré et à plus forte raison rectangle parallèlogramme ou trapèze.

I est milieu de (A,B) si et seulement si $\overline{AI} + \overline{IB} = \overline{AB}$ ou $I = \frac{AB}{2}$

$x_I = \frac{x_B - x_A}{2}$ mais $\overline{AB} = xA + xB$

On parle volontiers de la translation de rapport 1 ou de la réciproque sans dire de quoi ...

VI - Erreurs liées à la méconnaissance des processus logiques

Elles apparaissent surtout au fil des raisonnements géométriques L'observation des figures étant souvent le seul fondement des théorèmes, on ne perçoit pas facilement ce qui est particulier et ce qui est général.

On utilise fréquemment la conclusion comme donnée pour aboutir à ladite conclusion.

Les erreurs de logique sont difficiles à détecter dans la mesure où nous fournissons en même temps que le vocabulaire et les notations, un discours stéréotypé faisant office de raisonnement.

Quelle est l'équation de (AB) ? Réponse : M (x,y) $\in$ (AB) si et seulement si $\overrightarrow{AM}$ est colinéaire à $\overrightarrow{AB}$ . . .

Qui connaît vraiment le sens de si et seulement si ... ?

Pour montrer qu'un angle est droit on va par exemple citer la propriété qu'a l'homothétie de conserver l'orthogonalité. Mais si la raison invoquée est fausse, on peut se demander quelle validité accorder à toutes celles qui ont précédé et qui ne sont justes que par chance. Le théorème est devenu une sentence magique.

Un devoir portant sur le raisonnement par récurrence commence par trois questions :

1) Montrer par récurrence que . . .
2) Montrer que . . . (la solution faisant nécessairement appel au raisonnement par récurrence)
3) Montrer que . . . (la solution ne pouvant faire appel à ce type de raisonnement).

Deux élèves sur 35 ont correctement répondu au 3 questions, mais 15 au moins ont bien répondu à la 1°. Que savent ces derniers du raisonnement par récurrence hormis sa forme ?

Dans la pratique quotidienne, la lecture des erreurs est compliquée par le fait que l'utilisation d'une démarche logique côtoie l'inattention.

Celle-ci est la marque d'un désintérêt inévitable quand la rupture de sens est profonde ou ancienne.

Citons par exemple en seconde la résolution dans R de

$$4\,(x+1)^2 = 9\,(2x-1)^2 \text{ qui donne :}$$

$$4\,(x^2+1) = 9\,(4x-1)$$

$$4x^2+1 = 36x-1$$

$$4x^2-36x = -1+1 \text{ (réponse finale !)}$$

Ce morceau de bravoure n'a malheureusement rien d'anecdotique

Concevoir des méthodes et des programmes c'est peut-être aussi répondre aux problèmes posés par les élèves qui sont passés de la logique des erreurs à celle de l'absurde.

CHAPITRE V

TESTS

Remarques générales

Pour la forme des questions, nous nous sommes inspirés du fascicule de l'IREM de Reims, portant sur la liaison 3° - 2nde

Rappelons que chaque première partie porte sur les connaissances en principe acquises, et la deuxième partie sur ce qui, en général n'a pas été encore abordé en classe. Ce dernier point a peut-être dérouté certains élèves, mais la plupart se sont pris au jeu. Le test n'était pas noté, mais les stagiaires ont noté le sérieux des élèves. Dans l'ensemble, on a moins que d'habitude cherché à copier.

Le fait de ne pas noter et de ne pas interroger sur le programme de la classe devait, en principe libérer les professeurs d'un certain nombre de contraintes et de tentations. La force de l'habitude reste cependant bien présente, on s'écarte, avec beaucoup de peine, des sentiers battus des exercices traditionnels. Il reste que le brassage des thèmes à l'intérieur d'une même épreuve, constitue pour la plupart une nouveauté.

Chaque question garde le n° qui lui a été attribué avant les modifications de mise au point. Le pourcentage désigne le taux de bonnes réponses. Le complément à 100% représente à la fois les mauvaises réponses et les non-réponses par abstention ou manque de temps (certains résultats manquent). Les commentaires de dépouillement sont joints dans la mesure où ils ont été notés !

I - Classe de 6ème

Première partie

601 : 63% - Range les 3 nombres suivants du plus petit

au plus grand et sans effectuer le calcul :

103 - 9,2 ; 103 - 9,1 ; 103 - 9,3

602 : 13,5% - Range les nombres suivants du plus petit au plus grand :

2,24 : 2 ; 10,1 : 9 ; 1 + 3 X 0,04 ; 0,5506 X 2

Cet exercice a été jugé trop difficile !

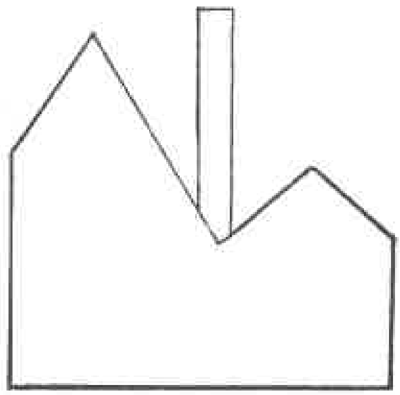
Complète la facture suivante :

603 : 84,5%	12 cahiers à 1,20F =	
604 : 59,5%	25 livres à =	225,00F
605 : 57,5%	crayons à 1,75F =	87,50F
606 : 56%	Total =	
607 : 25%	Remise 10% =	
608 : 17,5%	Prix à payer en chiffres et en lettres =	

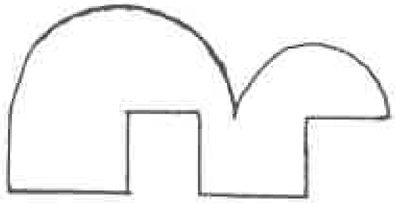
On est donc loin d'avoir acquis la proportionnalité en 6° !

609 : 86,5% - Est-il plus avantageux d'acheter les yaourts par paquets de 8 à 12F le paquet, ou par paquets de 12 à 15,60F le paquet ?

611 : 59,5% - Reproduis le dessin ci-contre à l'échelle 1,5 en utilisant une règle graduée et une équerre.



612 : 7,5% - Calcule le périmètre en cm et l'aire en cm^2 de la figure ci-contre :



Cet exercice a été jugé trop difficile !

Deuxième partie

Le 1er Janvier, la température est de 3°

Dans la nuit du 1er au 2, on enregistre une baisse de 15°

613 : % Quelle est la température le 2 Janvier ?

614 : % Dans la nuit du 2 au 3, la température remonte de 5°
Quelle est la température le 3 Janvier ?

615 : % Le 4 Janvier, il fait -5°. Que s'est-il passé du 3 au 4 Janvier ?

Exprime, en fractions d'heures, les durées suivantes :

616 : 86% - $\frac{1}{2}$ h + $\frac{1}{4}$ h

617 : 76,5% - $\frac{1}{4}$ h + $\frac{1}{4}$ h + $\frac{1}{4}$ h + $\frac{1}{2}$ h

On peut écrire 100 = 10 X 10 sous la forme 10^2 (10 exposant 2)

618 : 51% - Complète 1000 = $10^?$

619 : 39,5% - Quel nombre représente 10^9

620 : 30% - Complète 1 million = $10^?$

621 : 18,5% - Ecris plus simplement 10^3 X 10^4 ; 10 X 10^2

3 piles de livres ont la même hauteur

La première pile comporte des livres de 3 cm d'épaisseur, la deuxième des livres de 4 cm et la troisième des livres de 6 cm d'épaisseur

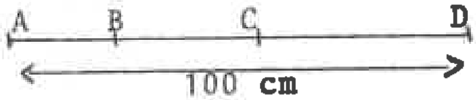
622 : 35% - Quelle hauteur peuvent avoir les trois piles (au minimum) ?

623 : 41,5% - Quel est le plus grand nombre entier par lequel on puisse diviser 12 ; 18 et 24 de manière que "ça tombe juste" ?

624 : 41,5% - On dispose de 12 oranges, 18 mandarines et 24 pommes. Au bout de combien de temps aura-t-on tout consommé, si on veut manger chaque jour le même nombre de fruits de chaque sorte ?

625 : 39,5% - On sait que BC a 10 cm de plus que AB
CD a 20 cm de plus que BC

Combien mesurent AB ; BC et CD



On considère dans la suite qu'un carré est un rectangle particulier.

Parmi les phrases suivantes dis celles qui sont vraies

626 : 81,5% - Tout rectangle est un carré ?

627 : 81,5% - Tout carré est un rectangle ?

628 : 44% - Si une figure n'est pas un rectangle, ça ne peut pas être un carré ?

629 : 58% - Si un quadrilatère n'est pas un rectangle, c'est un carré ?

Le fermier demande à sa femme qui revient du marché, combien elle a vendu de poules et de lapins : "une douzaine de têtes et 3 douzaines de pattes" répond-elle !

630 : 7% - Combien de bêtes de chaque sorte a-t-elle vendu ?

631 : 28% - Si 1F = 1 Franc - 1 \$ = 1 dollar - 1 £ = 1 livre

Combien représente en F, \$ et £ l'expression :

(2F + 3 \$ + 5 £) X 2 + (1F + 2 \$) X 3 £

II - Classe de 5ème

Première partie

501 : 40,6% - Ecrire en chiffres : deux millions, quatre unités, trente cinq millièmes

On a fréquemment trouvé : 2 000 004,0035

502 : 12,5% - Voir énoncé du 602

Là aussi, l'exercice est jugé trop difficile

Regroupe les termes ou les facteurs de manière astucieuse, puis calcule :

503 : 71,1% A = 198 + 24,6 + 122 + 6,4 + 12,7

504 : 84,3% B = 4 X 2,4 X 25 X 11

505 : 62,5% Combien vaut (4,2 - (1,1 + 2)) + (5,4 + 2 X 10)

506 : 40,6% 51 personnes louent un car de 60 places pour la somme de 785 F

Quelle est la part de chacun ?

On a souvent divisé par 60 - Sinon à quoi servirait cette donnée ?

507 : 50% - Combien dépense une personne qui achète 0,75 kg de rôti à 42 F le kg, 5 kg de pommes de terres à 3F le kg et 3 baguettes de pain à 2,45F ?

508 : 28,1% - Combien paie-t-on un disque marqué 60F vendu avec une remise de 20% ?

509 : 40,6% - Un devoir est noté 9/15. Quelle est la note sur 20 qui correspond

On a fréquemment additionné 9 + 5

510 : 41% - Combien faut-il tracer (au minimum) de droites, de façon qu'il y ait au moins 2 sécantes, 2 perpendiculaires et 2 parallèles. Dessine

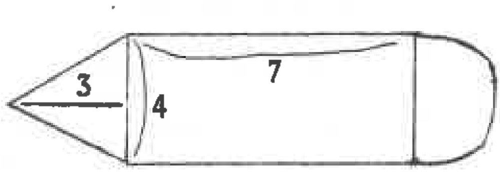
On construit, en général 4 droites

Le domaine suivant est formé de 3 parties. Donne l'aire de chacune.

511 : 68,7% - aire du rectangle

512 : 40,6% - aire du triangle

513 : 37,5% - aire du 1/2 disque



On a souvent pris le diamètre comme rayon

514 : 65,6% : Donne la mesure, en degrés de l'angle ci-contre

515 : 71,8% - Trace la bissectrice de cet angle

516 : 59,3% - Un enfant joue aux billes. Après le jeu, il lui reste 20 billes, mais la dernière partie où il avait perdu 5 billes est annulée. Combien aura-t-il de billes après rectification ?

517 : 16,6% - Quelles sont, parmi les opérations suivantes, celles qui se rapportent au calcul précédent ?

20 - 5 ; 20 + 5 ; 20 - (5) ; 20 - (- 5)

Calcule les nombres :

518 : 54,2% - (13,4) - (- 17,2)

519 : 46,8% - (- 17,1) - (- 3,4)

520 : 21,8% - (- 12) + (- 3,2) - (+ 2,5) + (- 7) - (+ 3)

Deuxième partie

$\frac{2}{3}$ ou 2 tiers signifie 2 : 3

521 : 86,9% - Sans effectuer l'opération, range de la plus petite à la plus grande les fractions : $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{1}{3}$

522 : 43,4% - Fais de même avec : $\frac{2}{5}$; $\frac{2}{7}$; $\frac{2}{3}$

> *On a bien sûr rangé par ordre croissant des dénominateurs*
> *Que penser alors des bonnes réponses de la questions précédente ?*

523 : 56,5% - Range les durées suivantes dans l'ordre croissant

$\frac{4}{3}$ d'h ; $\frac{3}{4}$ d'h ; $\frac{5}{2}$ h ; $\frac{2}{4}$ d'h

524 : 52,1% - Que représentent : $\frac{1}{2}$ de 300F ; $\frac{2}{3}$ de 6 cm ; $\frac{3}{10}$ de 1800

525 : 52% - Calculer 4 X $\frac{3}{4}$ h ; $\frac{1}{2}$ h : 2 ; $\frac{1}{2}$ h + $\frac{1}{4}$ h

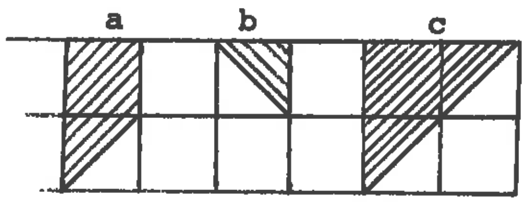
526 : 17,3% - Quel nombre représente $\square$ si 123 + 2 X $\square$ = 149

a, b, c sont les aires des surfaces suivantes (le carreau n'est pas l'unité de l'aire)

527 : 69,5% - si a = 9 ; b = ; c =

528 : 60,8% - si b = 4,5 ; a = ; c =

529 : 52,1% - si c = 2,4 ; a = ; b =

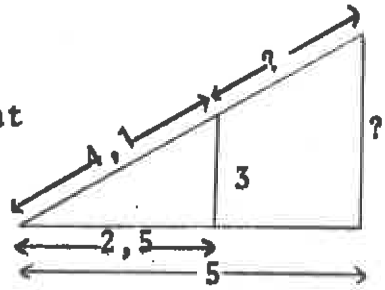


530 : 17,3% - de même que b = $\frac{1}{3}$a complète $c = \div a$; $a = \div c$

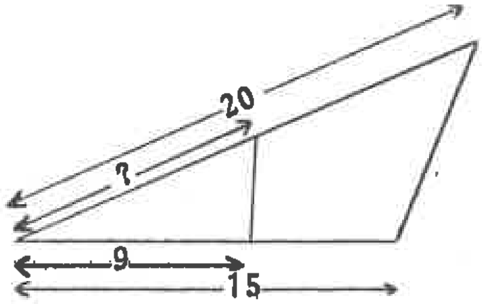
531 : 34,7% - Si 1F = 1 Franc - 1 $\$$ = 1 dollar - 1£ = 1 livre
Combien représente, en F, $\$$ et £ l'expression :
(2 F + 3 $\$$ + 5 £) X 2 + (1 F + 2 $\$$) X 3

> *Beaucoup d'élèves veulent remplacer $\$$ et £ par une valeur : attitude fort saine à rapprocher de la passivité devant les lettres qui trop souvent restent mortes.*

5.32 : 4,3% - Trouver les longueurs qui manquent



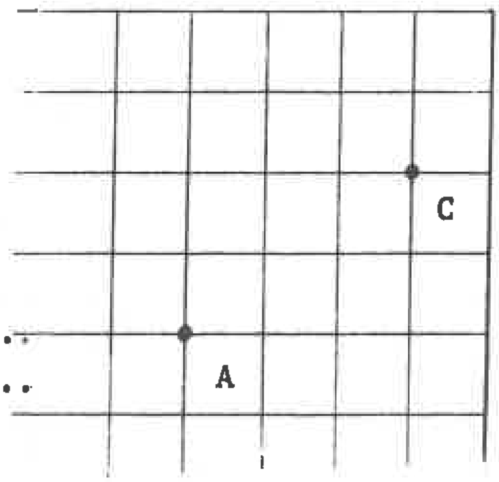
533 : 4,3% - Même chose avec



Ici, on fait appel aux différences : 15 - 9 = 6 ; 20 - 6 = <u>14</u>.

Notons aussi que 50% des élèves ne répondent pas.

534 : % - Pour aller de A vers C, on se déplace de 3 carreaux vers la droite et de 2 carreaux vers le haut. On sait que D est tel que (AD) est perpendiculaire à (AC). Pour aller de A vers D, on se déplace de ... carreaux vers ... et de ... carreaux vers ...

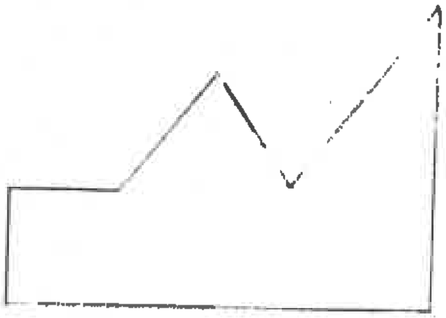


535 : % - Donne une autre réponse.

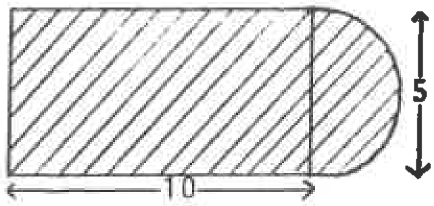
III - <u>Classe de 4ème</u>

<u>Première partie</u>

401 : % - Reproduis le dessin suivant à l'échelle 1,5



4001 : % - Calcule le périmètre et l'aire du domaine hachuré



f est la relation dans N telle que x a pour image x - 1

402 : % - Calcule si elles existent les images de 0, 1, 5, 9

403 : % - La relation est-elle une application dans N ?

404 : % - La relation est-elle une bijection ?

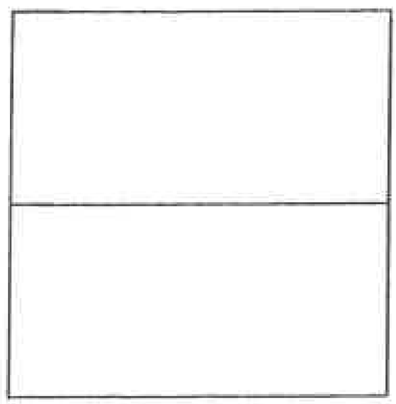
405 : % - Calcule le PPCM de 48, 72 et 90

Souvent on calcule le PGCD !

406 : % - Complète : 48 X   = 72 X   = 90 X   = le plus petit nombre possible, mais pas 0

L'exercice a été jugé mal posé !

407 : % - De même que 2 rectangles de 5 sur 10 peuvent former un carré ⟶



Forme un carré avec des rectangles de 12 mm sur 30 mm

408 : % - Ecris plus simplement avec des puissances $2^4 \times 3^3 \times 2 \times 3^1$

409 : % - Idem avec $(a^3)^4 \; a$

410 : % - " " $a^2 \; b^3 \; (ab)^5$

411 : % - Calcule les sommes suivantes :

$(-2) + (+4) - (-6) + (-12)$

412 : % idem pour : $-2 + 4 + 6 - 12$

413 : % " " $-2 + 4 - 6 + 12$

414 : % " " $(-a + 1 - 2a) - (1 + a)$

Développe et réduis :

415 : % $5(a + b) + (a + b - c)$

416 : % $5(4x + 2) - 3(3x - 1)$

417 : % $(4 + x)(2 - x)$

418 : % $x(x - 2)(x + 2)$

Ecris sous forme de produit :

419 : % $x^2 - 4x$

420 : % $7(x + 4) + (x + 3)(x + 4)$

Factorise :

421 : % $6x + 6xy$

422 : % $7x^3y - 14x^2y^2 + 7xy^3$

Trouve les 2 valeurs de x telles que :

423 : % $|x| = 7$

424 : % $|x - 1| = 1$

425 : % Place le point B pour que ADCB soit un parallèlogramme

426 : % " " " E " " ACED "

. A

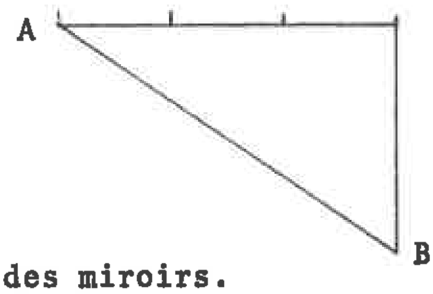
D x x C

Deuxième partie

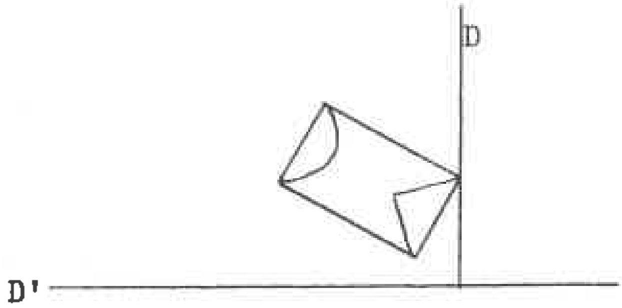
428 : % - Peux-tu trouver x tel que $x^2 + 4 = 40$ (2 solutions)

429 : % - " $(4 - x)^2 = 49$

430 : % - Complète la figure suivante de façon que AB soit partagé en 3 segments égaux et sans mesurer



431 : % - Les droits D et D' agissent comme des miroirs. Donne l'image obtenue dans chaque miroir. Dis quel lien tu vois entre les 2 dessins que tu as faits.



432 : % - $\sqrt{9} = 3$ car $3^2 = 9$. De même $\sqrt{2}$ est le nombre positif dont le carré est 2. Cite un nombre entier qui est plus petit que $\sqrt{50}$ (mais le plus grand possible)

433 : % - Cite un nombre entier plus grand que $\sqrt{50}$ (mais le plus petit possible)

434 : % - Est-il vrai que $\sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{9 + 16}$?

435 : % - -9 a-t-il une racine carrée. Si oui laquelle, sinon pourquoi ?

436 : % - Complète $\sqrt{?} = 5$

437 : % - $\sqrt{5 + ?} = 5$

438 : % - $\sqrt{5 + 2 \times ?} = 5$

439 : % - $(?)^2 = 121$ (nombre positif)

440 : % - $(? + 1)^2 = 121$ (nombre positif)

IV - Classe de 3ème

Première partie

301 : Comment peut-on calculer rapidement (sans calculatrice) mais en utilisant les identités remarquables

57% - 99^2 | *On répond parfois $100^2 + 1^2$ ou $(9 \times 11)^2 = \sqrt{9}\ \sqrt{11}$*

54% - 1001^2 | *On oublie des 0 car on a posé l'opération ...*

30% - 33 X 27 | *On écrit à la place 30 X 30*

28% - 10,1 X 9,9 | *On écrit 10 X 10*

302 : 87% - Factorise pour calculer 23 579,87 X 93 + 23 579,87 X 7

303 : 43% - Simplifie les expressions : $\dfrac{5a + 15\,b}{5a}$

> *On simplifie en barrant 5 en haut et en bas ou on écrit*
> $\dfrac{5\,(a \times 3b)}{5a}$

304 : 52% - idem avec $\dfrac{12b.\ 6a}{12a}$ *On simplifie par 12 mais pas par a*

305 : 43% - ... $\dfrac{0{,}0005}{0{,}002}$

306 : 9% - ... 0,00015 - 0,007 On s'arrête à $15\ 10^{-5} - 7\ 10^{-3}$

> *"Simplifie" est une expression passe-partout qui signifie : faire ce qu'on peut*

307 : 48% - On sait que x est compris (au sens large) entre 2 et 5
que y est compris entre 3 et 6

Quelle est la plus grande valeur que peut avoir 2x - 3y

308 : 43% - Quelle est la plus petite valeur

> *On opère parfois avec ce qui est écrit à droite pour la plus grande valeur et à gauche pour la plus petite*

309 : 38% - Représente sur un axe les nombres x tels que l'on ait en même temps $-1 < 3\,x + 5$ et $3\,x + 5 < 3$

310 : 33% - Un triangle ABC est tel que AB = 3 et AC = 2
Peux-tu le construire avec BC = 2 Pourquoi ?

Plusieurs fois on invoque Pythagore pour justifier l'impossibilité de construire. Pythagore et Thalès sont les dieux de la géométrie de 3ème !

311 : 29% - Quelles sont les valeurs extrêmes que l'on peut choisir pour BC

312 : 38% - En empilant des briques de 18 sur 12 sur 6 cm, toutes dans le même sens, on peut former un cube. Quelle est l'arête du plus petit cube possible ?

On fait parfois appel au pgcd

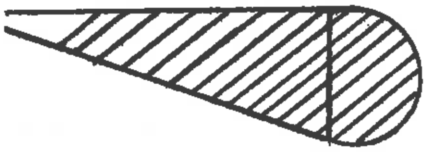
313 : 33% - Une plaque de 60 sur 75 cm doit être recouverte de carreaux carrés. Quel est le côté des plus grands carreaux possibles si on ne veut pas faire des découpes ?

314 : 71% - Un gâteau prévu pour 4 personnes contient 200 g de farine, 50 g de beurre et 100 g de sucre. Le temps de cuisson est de 30 min. Donne la recette pour 5 personnes.

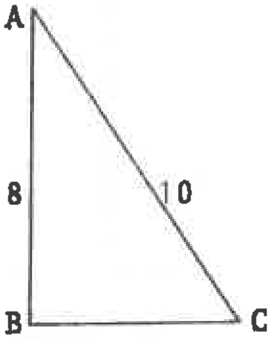
On trouve $\frac{50 \times 5}{4} = 60$ *et le temps de cuisson est souvent modifié*

315 : 29% - Je mange la moitié d'un gâteau et mon frère les $\frac{2}{3}$ de l'autre moitié. Quelle fraction de gâteau reste-t-il ?

On écrit souvent $1/_2 \big/ 2/_3$ *pour* $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$

316 : 19% - Donne l'aire de la figure suivante : 

316.1



Combien vaut BC ?

Souvent $BC^2 = AB^2 + AC^2$

316.2 Réduis la fraction $\dfrac{2 \times \frac{1}{3} + 2}{\frac{3}{4}}$

316.3 Combien vaut la moitié de trois quarts

On répond 1/2 / 3/4

Deuxième partie

317 : 34% - On donne la formule d'électricité $R = P \frac{\ell}{s}$ Calcule ℓ en fonction de R, P et s

318 : 5% - Calcule ℓ avec $P = 2{,}5 \times 10^{-8}$ ~~em~~ si la section du fil est 1 cm^2

Dans la formule ℓ est en m et s en m^2

319 : 66% - Trouve toutes les valeurs de x (quand elles existent) si : $|x| = 7$

On se contente d'enlever les barres : $x = 7$

320 : 46% - $|x| = -3$

On donne $x = -3$ si $-x < 0$

321 : 15% - $x^2 = -4$

On répond $x = -2$

322 : 90% - $|2\,x + 7| = 5$

> *La question a probablement été traitée dans la classe testée ; toutefois on trouve :*
>
> $|2\,x + 5| > 0$ *si* x ...
>
> $|2\,x + 5| < 0$ *si* x ...
>
> *et comme réponse finale :*
>
> $x > -\frac{7}{2}$ *ou* $x \leqslant -\frac{7}{2}$

323 : 41% - Quels sont parmi les nombres suivants les solutions de :

$(2x + 5)\ (3x - 5) + (2x + 5) = 0$

nombres : -2,5 $\frac{5}{3}$ et $\frac{4}{3}$

> *De nombreux élèves ont résolu et en particulier en écrivant :*
>
> $2x + 5 = 0$ *ou* $3x - 5 = 0$ *ou* $2x + 5 = 0$

324 : 39% - Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $(3x - 5)\ (2x + 5) + (3x - 5) = 0$

325 : 24% - Retrouve l'identité remarquable donnant $(a + b)^3$

> *On trouve :* $a^3 + b^3 + 2a^3 b + 2ab^3$
>
> .... $+ 3ab + 3ba$
>
> .... $+ 3ab + 3a^2 b + ab^2$
>
> .... $+ 3ab$
>
> *Il semble en tout cas que* $(a + b)^3$ *soit rarement* $(a + b).(a + b).(a + b)$

326 : 78% - Donne les 2 nombres suivants de la suite : 5, 8, 11, ...

327 : 56% - idem avec 5, 11, 23, 47 ...

328 : 58% - " " 5, 6, 11, 17 ...

329 : - A quelle suite de nombres te fait penser la formule

$U_n = 5 + 3n \quad U_n = 2\,U_{n-1} + 1 \quad U_{n+2} = U_{n+1} + U_n$

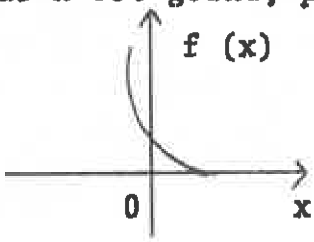
Le numérotage peut commencer à 0 ; U_1 signifie U n° 1

Pour chaque graphique dis si la phrase A est vraie, si la phrase B est vraie ou si aucune n'est vraie.

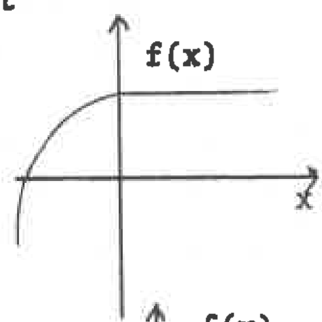
A : Plus x est grand, plus f (x) est grand

B : Plus x est grand, plus f (x) est petit

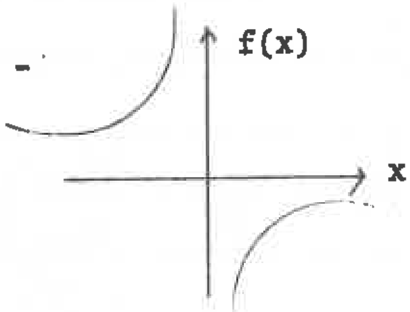
330 : 20% -



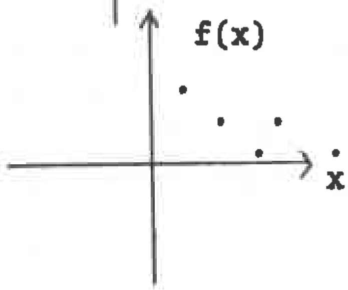
331 : 22% -



332 : 20% -



333 : 41% -



V - Classe de 2nde

Première partie

201 : 52% - Combien peut-on mettre de cartons dont les dimensions en cm sont 125, 20 et 20, dans une caisse dont les dimensions sont : 50, 50 et 40. Justifie ta réponse.

> *On a parfois effectué le quotient des volumes. On justifie une fois en remarquant que les dimensions ne sont pas proportionnelles.*

202 : 49% - Cite une fraction représentant un nombre compris entre 0,99 et 1.

> *En général on utilise des décimaux mais on a aussi* $\frac{1}{100}$ *!*

203 : 48% - A-t-on toujours $\frac{x\ (x - 1)}{x} = x - 1$

204 : 78% - A-t-on toujours $\frac{2\ (x - 1)}{2} = x - 1$

> *On avance comme raison que dans* $\mathbb{R}^-$ *c'est impossible*
> *Les réponses aux 2 questions sont parfois inversées.*
> *Le raisonnement est clair !*

205 : 49% - Cite 2 réels qui ne sont pas dans l'ensemble de définition de la fonction f telle que $f\ (x) = \sqrt{x - 2}$

> *On se contente souvent de donner l'ensemble et sous forme ouverte.*

206 : 14% - Ecris une équation dont les solutions sont 2 et 5

> *On donne parfois 2 équations mais souvent une équation dans* $\mathbb{R}^2$ *avec* $x = 2$ *et* $y = 5$ *comme solution.*
> *On répond également que c'est impossible,* x *ne pouvant valoir en même temps 2 et 5*

207 : 46% - Mets sous la forme d'un produit : $(x-1)^2 - (2x+3)^2$

> *On développe car il faut bien faire quelque chose*

208 : 61% - Développe $(x -1)\ (x +1- (x +2)$

209 : [24% - Avec de gros écarts suivant les classes.] Quel est l'inverse de $\frac{1}{x} + 1$

> *On confond inverse et opposé mais le plus souvent on donne $x+1$ ou $x-1$. On pense aussi que c'est impossible car 1 n'aurait pas d'inverse ou parce que x n'est pas connu.*

210 : 80% - Quelle est la somme des carrés de $\sqrt{3}$ et de 2

> *On trouve $3^2 + 2^2$; 6 + 8 ; 3 et 4*

211 : - A partir des expressions suivantes écris toutes les égalités possibles

$(-10)^{-2}$ $\quad \sqrt{x+2}$ $\quad |x+2|$ $\quad \frac{a+2}{b+2}$ $\quad 2^7 \cdot 3^7$ $\quad (1-\sqrt{3})^2$ $\quad \sqrt{(x+2)^2}$ $\quad \frac{a}{b}$

$\frac{1}{\frac{1}{x}+\frac{1}{2}}$ $\quad \sqrt{x}+\sqrt{2}$ $\quad 2^3 \cdot 3^4$ $\quad x^2-4$ $\quad \frac{1}{10^2}$ $\quad 6^7$ $\quad x+2$ $\quad (\sqrt{x}+\sqrt{2})^2$ $\quad \frac{a+a}{b+b}$

> *Beaucoup on compris qu'il fallait transformer chaque expression Très rare sont les élèves ayant répondu parfaitement à la question à tel point qu'elle est ressentie par certains comme une question piège.*
>
> *Elle est cependant fort instructive pour apprécier les acquis d'un élève.*

212 : 61% - Quel est le carré de la somme de $\sqrt{3}$ et 2

213 : 33% - Dans un repère orthonormé construis les 3 droites d'équations

$y - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}3x \qquad y = x \qquad y + x - 2 = 0$

214 : 4% - Ces 3 droites sont-elles concourantes ? Justifie.

> *Beaucoup s'abstiennent ; quelques-uns disent qu'elles sont concourantes en arrondissant;d'autres parce que ça se voit sur le dessin.*

215 : 43% - Factorise l'expression $a^2 b - ab^2$

> *On trouve :* $(\sqrt{a^2b} - \sqrt{ab^2})\ (\sqrt{a^2b} + \sqrt{ab^2})$
>
> $a^2b\ (1-b)$
>
> $ab\ (a + 1 - 1 + b)$

216 : 22% - Résous l'équation dans $\mathbb{R}$ $x^2 - 5 = 0$

> $-\sqrt{5}$ *est souvent absent mais on donne aussi* $x = 5$
>
> $x = 2\ 5$ $x = \frac{5}{2}$ *et* $x = \sqrt{-5}$
>
> $\sqrt{5} \notin \mathbb{R}$

217 : 43% - Résous dans $\mathbb{R}$ $-2x -3<0$

218 : 19% - Si ABC est un triangle rectangle en A alors

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

Ecris l'hypothèse, la conclusion, la réciproque

> *La réciproque est souvent* $BC^2 = AB^2 + AC^2$

219 : 44% - Récite le théorème de Pythagore

> *On retrouve parfois Thalès ou la seule égalité* $AB^2 + AC^2 = BC^2$
>
> *On lit aussi : C'est la somme des carrés de l'angle droit dont le carré de l'hypothénuse*

Deuxième partie

Pour chaque graphique ... voir la dernière question de troisième

222 : 56%   223 : 61%   224 : 32%   225 : 56%

226 : 46% - Si on suppose que 2 peut s'écrire $10^{0,3}$, comment compléter les égalités : $10^{0,3}$, $10^{?} = 10^{1}$; $5 = 10^{?}$

Les règles sur les puissances sont les mêmes que dans Z

227 : 18% - 200(c'est-à-dire 2 X 100) peut s'écrire $10^{?}$

Complète les suites de nombres ... voir 326, 327, 328, 329

228 : 81%   229 : 65%   230 : 49%   231 : 8%

Nous pouvons ainsi mesurer la fragilité de ce que nous croyons acquis. En même temps, si nous prenons la peine de dégager les connaissances d'un certain formalisme, nous donnons la possibilité aux élèves d'imaginer et de réfléchir plutôt que de singer de soi-disants raisonnements.

En seconde, un élève sur cinq peut sans problème manipuler la propriété caractéristique du log. Qu'en sera-t-il après un long détour par la primitive de la fonction $\frac{1}{x}$?

220 : 44% - Construis l'image de π dans la symétrie axiale telle que A a pour image B

A .

. π

B .

On utilise parfois une symétrie centrale mais aussi une translation $\overrightarrow{AB}$

221 : 37% - Avec de gros écarts suivant les classes

Relie entre elles toutes les figures qui se déduisent l'une de l'autre par une translation

On confond translation et isométrie

CONCLUSION

S'il est normal et peut-être souhaitable que certaines erreurs apparaissent en cours d'apprentissage, leur disparition reste l'objectif à atteindre.

On a pris l'habitude de considérer qu'à l'entrée en sixième, les 4 opérations étaient maîtrisées, ou qu'en arrivant en seconde, le calcul fractionnaire était acquis.

Or, la question 602, par exemple, demande qu'on sache effectuer deux divisions et deux multiplications. Elle est cependant jugée trop difficile en sixième et en cinquième.

Aucun des a priori accompagnant la rédaction des manuels ou des programmes ne résiste à l'examen, sauf à considérer comme normal de s'adresser à la moitié des élèves. Il n'y a cependant pas lieu de se disculper. Chacun peut trouver matière à progresser. Les élèves sont souvent porteurs de bons sens et d'un savoir si modeste soit-il. Il nous appartient sûrement de le situer par une lecture attentive des erreurs... Nous pourrons alors renouer le fil du sens, le formalisme ne venant qu'ensuite.

Notre formation nous a permis l'acquisition d'un bagage mathématique. Si nous n'allions pas à la découverte de nos élèves, ce langage risquerait d'être un fardeau. La lecture des erreurs ne peut à elle seule résoudre tous les problèmes. Elle risque même d'en poser de nouveaux. Comment s'adresser à toute une classe, si la nourriture des uns est un poison pour les autres. Pour interpréter les erreurs, il nous faut montrer beaucoup d'imagination. Il nous faudra en montrer encore davantage pour apporter les réponses aux questions que nous avons eues l'occasion de poser.

BIBLIOGRAPHIE

Echec et Math	*Stella BARUK*	Seuil
Que nous apprennent les erreurs de nos élèves ?	*Alain BOUVIER*	APMEP n° 335
Le comportement des Maîtres face aux erreurs des élèves	*Nadine MILHAUD*	IREM de Bordeaux
Sur l'analyse des erreurs des élèves en Mathématique	*Daniel DUVERNEY*	IREM de Lille
Liaison Troisième-Seconde	*Dominique ANTOINE* *J-Philippe CORTIER* *Dominique GARCIN*	IREM de Reims
La controverse sur les log des nombres imaginaires ou négatifs	*Jean-Luc VERLEY*	APMEP

Fiche duiilirem

TITRE : LA LOGIQUE DES ERREURS

AUTEUR : THIEBAULT André

NIVEAU : PRIMAIRE OU SECONDAIRE

DATE : FEVRIER 1988

MOTS-CLÉ : spécialité ERREUR

autres

RESUME : Que nous dit l'erreur dont on sait qu'elle est humaine ?
Comment faire émerger la question qu'elle renferme ?
Ce compte-rendu de stage est l'occasion d'interpeler chacun pour sa participation à la logique de tout un système.
Quelles représentations de l'erreur peuvent émerger d'un groupe d'enseignants ? Quels rôles acceptons-nous de faire jouer à l'erreur ? Savons-nous la voir, l'interpréter ... ? Un bref répertoire d'erreurs peut donner envie d'aller plus loin. Comment prendre en compte tout ce que savent nos élèves sans nous, et aussi tout ce qu'ils ignorent malgré nous.

FORMAT	NOMBRE DE PAGES	PRIX	IREM numéro
A4	72	20 F	Re 17